

آموزش ریاضی دوره ابتدایی

مقدمه

از آن جایی که ریاضیات زبان علم و علوم مختلف است، آشنایی با روش های جدید آموزش ریاضی برای معلمان دوره ی ابتدایی از اهمیت خاصی برخوردار است زیرا دانش ریاضی است که می تواند از همان ابتدا، دقت، تامل، خلاقیت را در دانش آموزان تقویت نماید.

امروزه آموزش ریاضیات در زندگی ما، نقش مهمی دارد و دربردارنده ی فرصت هایی برای اکتشاف خلاقانه ی پدیده ها و حل مساله ی علمی است.

هدف از آموزش ریاضی در دوره ی ابتدایی تنها پرورش نخبه ها و علاقه مندان به ریاضی و یا افراد خاصی که می خواهند رشته ریاضی را در سطح دانشگاهی ادامه دهند نیست، بلکه هدف از آموزش ریاضی بهتر زندگی کردن دانش آموزان است. بنابراین برقراری ارتباط بین ریاضی و زندگی روزمره، کسب مهارت های مدل سازی ریاضی و حل مساله، رشد مهارت های تفکر برقراری ارتباط بین نمایش های مختلف ریاضی و تعبیر و تفسیر آن ها، برقراری ارتباط بین ریاضی و سایر علوم و در حالت کلی به کار گیری مفاهیم ریاضی در محیط پیرامون و تفسیر و تحلیل آن ها از جمله هدف های اصلی آموزش ریاضی دوره ابتدایی است.

روش تدریس ریاضی

مجموعه قواعد و دستور العمل هایی که برای رسیدن به هدف به کار می رود روش نامیده می شود. برای یاد دادن (آموزش) ریاضی هم روش هایی وجود دارد که آن ها را روش های تدریس ریاضی می نامیم. برای اهمیت روش های تدریس ریاضی سوال زیر را مورد بررسی قرار می دهیم.

آیا دانستن علم یک موضوع برای تدریس آن موضوع کافی است؟

برای پاسخ به این سوال به سوالات زیر پاسخ می دهیم.

آیا کسانی که گواهی نامه ی رانندگی دارند می توانند معلم رانندگی موفق باشند. (یا رانندگی را آموزش دهند)؟

آیا کسی که شنا می داند می تواند فن شنا گردن را به خوبی آموزش دهد؟

آیا کسی که چهار عمل اصلی حساب (جمع - تفریق - ضرب - تقسیم) را می داند می تواند ریاضی را آموزش دهد؟

جواب: خیر باید روش های تدریس آن موضوع را بداند و تجربه کرده باشد.

در کشور ایران برای آموزش ریاضی، روش های تدریس متفاوتی وجود دارد که برخی از این روش های تدریس عبارت اند از:

۱) روش تدریس سخنرانی: این روش تدریس به روش تدریس زبانی نیز معروف است. در این روش معلم به اصطلاح متکلم الوحده است. همه چیز را بیان می کند، قواعد را بررسی می کند، طراح مساله است، نتیجه گیری می کند. خلاصه معلم در کلاس درس همه کاره است و دانش آموز هیچ کاره. معلم مساله گو و دانش آموزان مساله حل کن، معلم متکلم و دانش آموز مستمع است.

طرفداران این روش دو گروه هستند. گروهی موافق روش زبانی ماشینی و گروه دیگر موافق زبانی استدلالی هستند.

۱-۱. **روش تدریس زبانی ماشینی** : موافقان این روش معتقدند که فهم و شعور دانش آموزان را برای استدلال مناسب ن می دانند و اعتقاد دارند که دانستن قواعد و فنون محاسبه کافیهست اگر دانش آموز ادامه تحصیل بدهد برایش استدلال می شود و مطالب را می فهمد و اگر پس از اتمام دوره ابتدایی وارد بازار کار شود محاسبات به دردش می خورد نه اینکه فلان مطلب چنان است و چنین نیست.

۱-۲. **روش تدریس زبانی استدلالی** : موافقان این روش برخلاف گروه قبل تدریس ریاضی را توأم با استدلال قبول دارند و لاغیر . این گروه معتقد هستند که اساس ریاضیات و نهاد آن منطق است و ریاضی با منطق آمیخته است پس باید با استدلال و برهان به امر تدریس ریاضی همت گماشت . ابتدا باید تعاریف و اصول گفته شود و به دنبال آن می توان نتیجه گیری ها را با استفاده از قوانین منطق آغاز نمود.

در روش تدریس سخنرانی چون دانش آموز باید مطالب کتاب را حفظ کند به این روش ، روش حفظی نیز گفته می شود . در این روش پیشرفت ظاهری زیادی محسوس است و اولیای دانش آموزان از اینکه کودکان آن ها به سوالات با سرعت جواب می دهند خوشحال هستند.

۲) **روش تدریس سقراطی** : این روش را بدان جهت سقراطی می گویند که وی در بحث و گفت و گو با مردم زمان خود تظاهر به جهل می کرد و به پرسش می پرداخت . سقراط از این روش دو منظور داشت . از اینکه جهت طرف را برای خود او روشن سازد و دیگری اینکه حقیقت را برای او روشن سازد . در این روش کودکان به تفکر می پردازند و اعتماد به نفس پیدا می کنند . با یک مثال روش سقراطی را شرح می دهیم.

مثال : محیط دایره ای $۶۲/۸$ سانتی متر است مساحت این دایره چقدر است ؟

جواب : دانش آموز : نمی داند. ممکن است که بگوید که ابتدا $۶۲/۸$ را در خودش ضرب می کنیم و حاصل را در $۳/۱۴$ نیز ضرب می کنیم .

معلم : محیط دایره چگونه محاسبه می شود . دانش آموز : اندازه قطر را در $۳/۱۴$ ضرب کردیم و $۶۲/۸$ شده است . معلم : پس چکار کنیم تا اندازه قطر به دست آید . شاگرد : فهمیدم محیط را بر $۳/۱۴$ تقسیم می کنیم

$$۶۲/۸ \div ۳/۱۴ = ۲۰$$

→ قطر

$$۲۰ \div ۲ = ۱۰$$
 شعاع

$$۱۰ \times ۱۰ = ۱۰۰$$

→ مجذور شعاع

$$۱۰۰ \times ۳/۱۴ = ۳۱۴$$
 مساحت

بنابراین در روش سقراطی معلم با پرسش مناسب دانش آموز را به سمت موضوع و هدف مورد نظر هدایت می کند . چون در این روش پرسش و پاسخ مطرح است گاهی به این روش ، روش تدریس پرسش و پاسخ می نامند. در این روش دانش آموز فعال است و معلم نیز دانش آموز را به سمت یادگیری هدایت می کند . این روش برای کلاس اول و دوم ابتدایی کمتر استفاده می شود.

توجه : در این روش چون دانش آموز خودش به هدف می رسد یا موضوع را کشف می کند ، به این روش ، روش تدریس مکاشفه ای (یا اکتشافی) نیز می گویند .

۳) **روش تدریس استقرایی** : در روش استقرایی، معلم دانش آموز را از راه تحقیق و بحث به شناخت اصول و حقایق ریاضی راهنمایی می کند . در این روش ابتدا بحث از جزئیات و مثال ها و شواهد آغاز می شود و با بررسی آن ها به اصول و قواعد کلی ریاضی به دست می آیند . مثلاً در تدریس هندسه ابتدا شکل های مختلف هندسی را به دانش آموزان می دهد . سپس با راهنمایی ، دانش آموزان به تشخیص صفات مشترک آن ها به کمک خود ایشان نتیجه می گیرد که مربع ، مستطیل ، چه نوع شکلی را گویند . روش هرات مربی بزرگ آلمانی براساس همین روش استقرایی بنیانگذاری شد است . هرات مراحل تدریس را چهار مرحله تقسیم می کند که دانشمندان آن را به پنج مرحله زیر تفکیک کرده اند :

الف - آمادگی ب - عرضه ج - مقایسه د - تعمیم ه - کاربرد و تطبیق

۱-۳. **آمادگی :** معلم اولاً رغبت دانش آموز را به موضوع درس برانگیزد و ثانياً : هدف درس را روشن می نماید. ثالثاً : معلومات قبلی دانش آموزان را بررسی می کنند و مطالب جدید را بر پایه معلومات قبلی او تدریس می کنند.

۲-۳. **عرضه :** معلم موضوع جدید را با توجه به هدف هایی که پیش بینی کرده است به دانش آموزان تدریس می کند.

۳-۳. **مقایسه :** ارتباط بین معلومات قبلی و درس برقرار و مقایسه به عمل می آید و در این مقایسه است که به اصول کلی دست پیدا می کنند در تدریس ریاضی معلم در این مرحله به قاعده دست پیدا می کند و تعاریف را به دست می آورد . مانند : تعریف چند ضلعی و نظام های مربوط به آن ها.

۴-۳. **تعمیم :** نتایج به دست آمده در مرحله مقایسه را در مواقع لازم تعمیم داده می شود .

۵-۳. **کاربرد و تطبیق :** به کارگیری قاعده ها و تعاریف در مسائل ریاضی .

۴) **روش تدریس قیاسی :** در این روش ابتدا معلم قاعده را در درس ریاضی می گوی د ، سپس به ذکر شاهد و مثال می پردازد . مانند : مثلث شکلی است که دارای سه ضلع و سه زاویه (گوشه) می باشد . که اضلاع آن دو به دو همدیگر را تلاقی می کنند . بعد از گفتن این قاعده از دانش آموزان خواسته می شود ، تمامی اشکالی را که در محیط اطراف خویش به شکل م ثلث دیده است را مشخص کنند بعد از آن به بررسی اجزاء مثلث مانند اضلاع و زاویه ها می پردازد .

توجه : روش های تدریس دیگری مثل روش تدریس شهودی، روش تدریس فعال ، روش تدریس آموزش گروهی و روش تدریس آموزش برنامه ای هم برای تدریس ریاضی وجود دارد که برای آشنایی با آن ها می توان به کتاب آشنایی با مفاهیم و روش تدریس ریاضی آقای کریم عزتخواه انتشارات دانشگاه پیام نور مراجعه کرد.

سوال : آیا از این روش تدریس ها در دوره ابتدایی کشور ما در حال حاضر استفاده می شود ؟

جواب : بلی . ولی نظام آموزشی جدید طوری برنامه ریزی شده است که این روش ها به تنهایی برای تدریس ریاضی کاربردی ندارد و هرچند که برخی از معلمان تلفیقی از این روش ها که دانشجو در آن فعال باشد مورد استفاده قرار می دهند.

رویکرد نظام جدید آموزشی در دوره ابتدایی

وظیفه اصلی آموزش و پرورش به عنوان یک نهاد دولتی ، پرورش نیرو های انسانی متعهد و کار آمد برای ورود به جامعه است . همگان باید بتوانند استعدادها و توانایی های ذاتی خود پرورش دهند و متناسب با آن ها نقش مناسبی را در جامعه باز می کنند تا در نهایت جامعه به سمت معنوی و مادی پیش رود .

در این راستا ریاضی نقش عمده ای را ایفا می کند . یک دانش ریاضی مناسب و یک آموزش مناسب از ریاضی ، پایه اصلی کارآمدی نیروهای انسانی است. ریاضی اولاً همانند زبانی است که به طور مداوم نیازمند آنیم تا آن چه که می بینیم ، می دانیم و می فهمیم را با روش های دقیق، توصیف و تشریح کنیم و از این طریق دانایی خود را گسترش دهیم و از ریاضی در حل مسایل استفاده کنیم . به همین خاطر است که ریاضی را زبان علم می نامند و در هر برنامه درسی ، ریاضی حضور دارد. ثالثاً : ریاضیات علمی است که دارای نظم و سازگاری درونی است و به منظور پرورش نظم فکری و بالا بردن قدرت اندیشیدن و استدلال منطقی و خلاقیت ذهنی مورد توجه قرار می گیرد.

نیاز به ریاضی یک نیاز زیر بنایی است و هر گونه عمل منطقی و حساب شده و برنامه ریزی شده در زندگی محتاج داشتن مهارت های اصلی ریاضی مانند : تجربه و تحلیل ، درک روابط منطقی بین مفاهیم و وقایع و پیش بینی نتایج احتمالی است جنبه دیگری از ریاضی نیازمند آزادی

اندیشه و رهایی از قید زمان و مکان است ، زیرا در بسیاری از موارد مطالعه در خارج از فضای سه بعدی و در فضاهای آفریده شده ریاضیدان صورت می گیرد . اگرچه نهایتاً ریاضیدان وابسته به مفاهیم و تصوراتی است که ریشه در مفاهیم پیرامون دارد.

رویکرد برنامه درسی ریاضی: در این رویکرد آن نوع بینش و دیدگاه که دانش آموزان همگی توانایی کسب و کشف معارف بشری را امری فطری دارا هستند مد نظر است . لذا رویکرد برنامه بر این اصل برقرار است که رسالت آموزش و پرورش از قوه به فعل در آمده است و شکوفا کردن این استعداد های الهی از طریق ایجاد فرصت های مناسب جهت یاددهی – یادگیری است رویکرد اصلی حاکم بر این برنامه یک رویکرد فرهنگی – تربیتی با تاکید بر حل مساله از طریق محور قرار دادن یادگیرنده در بازسازی مستمر تجربه از راه مهارت های اکتشافی می باشد .

این برنامه درسی توجه ویژه ای به شرایط رشدی و ذهنی دانش آموزان در دوره عمومی و متوسطه دوم دارد . بعد فعال گروه سنی در دوره عمومی بر بعد غیر فعال آن ها تقدم دارد و تلاش در راه رشد مهارت های تفکر آن ها نیازی اساسی است.

توانایی های فکری این گروه سنی در پایین ترین سطح عقلانی بدون برخورداری از آموزش رسمی وجود دارند مانند : مشاهده ، طبقه بندی ، ردیف کردن ، تشخیص امور متناظر....

پژوهش ها نشان می دهند هماهنگی بین این توانایی ها اولیه فکری با مهارت های اکتشافی چون رمز گشایی نمادهای نوشتاری ، محاسبه ، اندازه گیری، ترسیم شکل و نظم بخشیدن ، به داده ها که در سن مدرسه مورد توجه کودکان قرار می گیرد ، می تواند در پایان دوره عمومی، دانش آموزان را به درک و فهم آن چه که در فرایند علمی رخ می دهد ، برساند و همچنین ویژگی های تعامل بین عناصر در یک نظام فیزیکی را هدایت نماید.

اگر یادگیری در دوره عمومی ، تغییر رفتار از راه تجربه معنا می شود ، منظور این است که در سایه تجربه و فعال شدن دانش آموزان تغییرات اساسی در عادت ها ، گرایش ها و تمایلات فرد حاصل می شود ، هنگامی که موضوع درسی به عنوان یک مساله طرح شود و دانش آموز مانند یک پژوهشگر برخورد کند، تخمین ها و حدسیه های (حدس های) خود را مورد بررسی قرار دهد و ضمن مرتب کردن و سازماندهی یافته ها به برقراری ارتباط بین مفاهیم و موضوعات بپردازند ، به تدریج در او عادت های علمی به وجود می آید و در این فرآیند آموزشی کار و همیاری با دیگران و چگونگی حل مسائل روزمره ی زندگی از طریق یادگیری های مدرسه قرار می گیرد. رشد پایه ریاضی ناب و قوی از دوره ی پیش از دبستان بسیار ضروری است . در دوره ی عمومی باور دانش آموزان درباره معنی ریاضی، دلیل یادگیری این علم و نحوه ی عمل براساس آن و همچنین نقش آن ها به عنوان یک یاد گیرنده ، شکل می گیرد . این باور ها بر نوع تفکراتشان درباره ی ریاضی و نگرش به ریاضی ، تاثیر می گذارد . دانش آموزان قبل از ورود به مدرسه خیلی از مفاهیم ریاضی را با شهود ابتدایی خود رشد می دهند . به طور مثال : تعدادی معدودی از اشیا را تشخیص داده و از هم متمایز می کنند. خیلی از دانش آموزان پیش از ورود به مدرسه بر بدنه ی اصلی دانش ریاضی غیر رسمی تسلط دارند. بزرگتر ها می توانند از همان سنین کودکی با فراهم کردن محیطی غنی توسط زبان به رشد ریاضی کودکان کمک کنند. بچه ها احتمالاً با پایه های مختلف از درک ریاضی وارد محیط آموزشی می شوند و این اطلاعات اولیه آن ها را بر ریاضیاتی که در مدرسه یادخواهند گرفت تاثیر می گذارد بنابراین توجه به تفاوت های فردی از اهمیت خاصی برخوردار است .

در این سنین دانش آموزان به پشتیبانی بیشتری احتیاج دارند و یک برنامه ی آموزشی ریاضی قوی و با کیفیت بالا هم به رشد ریاضی و هم به طبیعت بچه ها توجه می کند بنابراین برنامه ی دوره ی عمومی باید برپایه ی گسترش شهودی و دانش ریاضی غیر رسمی بنا شوند. این برنامه باید رشد بچه ها را مورد توجه قرار دهد . و محیط هایی را فراهم کند تا دانش آموزان تشویق شوند که یادگیرندگانی فعال باشند و چالش های جدید را بپذیرند.

با پیاده سازی این برنامه تغییرات مهمی ایجاد شده است . که عمده ی این تغییرات در رویکرد ها ، روش ها و اهداف آموزشی می باشد . در برنامه ی حاضر برنامه های آموزشی مبتنی بر پژوهش های آموزشی است و اهداف آموزشی در راستای نیاز های واقعی دانش آموزان و جامعه می باشد .

در مبنای این رویکرد در این برنامه محور های زیر مورد توجه قرار می گیرد :

- (۱) توجه به توانایی های عقلانی در کودک (به عنوان پایه های ساخت شناختی)
- (۲) توجه به تفاوت های فردی در ابعاد (جسمی ، ذهنی ، روانی) به منظور ارتباط تجربه و عمل با سطح تجرد
- (۳) برقراری ارتباط بین ریاضی و دنیای واقعی فراگیران (ایجاد انگیزه ی درونی)
- (۴) فعال نمودن دانش آموزان در جریان یاددهی – یادگیری
- (۵) ایجاد موقعیت های چالش برانگیز و هدایت دانش آموزان به یادگیری از طریق خوب دیدن ، خوب شنیدن و خوب بیان کردن
- (۶) ایجاد شرایط مناسب به منظور بحث و بررسی و استدلال در رد یا تایید نظرات خود و دیگران
- (۷) شناخت رخ داد های آموزشی در کلاس درس و بیان آن ها به زبان ریاضی

اهداف کلی دانش ریاضی دوره ابتدایی

- (۱) آشنایی با مفهوم عدد و نمایش های مختلف اعداد و روابط بین آن ها
- (۲) آشنایی با اعمال جبری اعداد و انجام این اعمال با تبحر کافی و تخمین زدن آن ها
- (۳) آشنایی با الگو های روابط
- (۴) آشنایی با زبان ریاضی و استفاده از زبان ریاضی در ارائه مطالب
- (۵) آشنایی با مفاهیم هندسه
- (۶) شناسایی و تحلیل ویژگی ها و مشخصه های شکل های هندسی در صفحه و فضا
- (۷) آشنایی با جبری سازی مفاهیم هندسی
- (۸) آشنایی با تقارن و تبدیلات هندسی
- (۹) آشنایی با کمیت های وابسته به اشیاء واحدها، دستگاه های اندازه گیری و فرایند اندازه گیری
- (۱۰) آشنایی با فنون ، ابزار ها و فرمول های مناسب برای اندازه گیری
- (۱۱) آشنایی با روش های آماری برای نمایش و تحلیل داده ها و ارزیابی و نتیجه گیری
- (۱۲) آشنایی با مفاهیم اساسی احتمال و کاربرد های آن ها
- (۱۳) آشنایی ابتدایی با مجموعه

اهداف فرایندی:

برای درک مناسب از ریاضی و عمل به ریاضی و به کارگیری ریاضی در حل مسایل، صرف آموزشی ریاضی کافی نیست. در عمل ریاضی (کار در ریاضی) عوامل و مهارت های خاصی در کارند و آن ها را مهارت های فرایندی می نامند.

مفاهیم و موضوعات ریاضی مانند جسمی هستند و مهارت های فرایندی مانند روح آن جسم هستند. این مهارت ها در همه ی پایه های تخصصی چه در دوره ی عمومی و چه در دوره ی متوسطه با اهمیت هستند و حضور دارند ولی بسته به نوع سطح شناختی دانش آموزان پیاده سازی و چگونگی کار کردن با این فرایندها متفاوت خواهد بود این مهارت ها به شکل زیر دسته بندی می شوند:

۱) نمایش ریاضی

۲) ارتباطات مفهومی

۳) ارتباطات کلامی

۴) استدلال و اثبات

۵) حل مساله

۱) **نمایش ریاضی:** مهارت های نمایش ریاضی، مهارت هایی هستند که به نمایش داده ها و اطلاعات و هرآن چه در ذهن دانش آموز می گذرد مربوط می شوند. این مهارت ها کمک بسیاری برای درک بهتر مطالب و برقراری ارتباط با دیگران می کند. این مهارت ها در موارد زیر قابل بیان هستند.

۱) نمایش های مختلف ریاضی برای سازماندهی، ثبت کردن و تبادل ایده های ریاضی به کار می رود.

۲) نمودار ها، نقشه ها، جدول ها، نماد ها و علائم،... همگی برای مفاهیم ریاضی هستند.

۳) دانش آموزان هر شکلی از صورت های نمایشی را باید تشخیص دهند و در جای مناسبی به کار گیرند.

۴) از نمایش های ریاضی به عنوان ابزاری برای فهم و درک و تجزیه و تحلیل ایده ها ی ریاضی استفاده می شود.

۵) برای حل مساله مختلف و توضیح موقعیت های مساله از نمایش های ریاضی استفاده می شود.

۶) نمایش های مختلف از یک مفهوم و رابطه های بین آن ها، در درک مفاهیم و حل مساله کارساز است.

۷) نمایش های متفاوت ریاضی را برای مدل سازی، تفسیر و درک پدیده های مختلف به کار برده می شود.

۲) **ارتباط مفهومی:** مفاهیم ریاضی در ارتباط با یکدیگرند و شناخت این ارتباطات، درک و یادگیری ریاضی را عمیق تر می سازد. بنابراین در آموزش ریاضی باید موارد زیر رعایت شود:

(۱) پیوند های مفهومی و مهارتی میان ایده های ریاضی شناسایی و ارائه شوند.

(۲) ارتباطات میان نمایش های چندگانه از یک ایده ی ریاضی درک و برقرار شود.

(۳) متناظر میان روش ها و رویه ها برای حل مساله مشابه ریاضی درک شوند.

(۴) پیوند های میان ایده های مختلف ریاضی و کیفیت ساخته شدن ایده های مرتبط با هم ، در تشکیل یک کل یکپارچه استفاده شود.

(۵) با استفاده از ارتباطات مفهومی میان مفاهیم ریاضی، و غیر ریاضی، موقعیت ها و وضعیت های واقعی را مورد تجزیه و تحلیل قرار داده و در موارد مناسب مدل سازی شود.

(۶) از مفاهیم و روش های یک حوزه از ریاضی برای حل مسایل حوزه های دیگر ریاضی استفاده کنند.

(۳) ارتباطات کلامی : زبان طبیعی محمل اصلی برای توصیف و بیان و سخن گفتن از مفاهیم است . ریاضی هم در همین بستر رشد می کند و لازمه ی یک درک معنادار از مفاهیم قابلیت ها ، بیان آن ها در زبان طبیعی است . بنابراین به زبان در آوردن مفاهیم ریاضی و انشا نویسی در ریاضی سهم مهمی در یادگیری بازی می کند .بنابر این موارد زیر باید در آموزش مفاهیم ریاضی مورد توجه قرار گیرد.

(۱) دانش آموزان تفکرات ریاضی خود را توصیف و سازماندهی کنند و استحکام بخشند.

(۲) دانش آموزان بتوانند یک طرح کلی برای گام های مورد استفاده در حل مسائل به صورت کتبی و شفاهی ارائه دهند.

(۳) زبان ریاضی در زبان طبیعی گسترش یابد و از نماد ها و جداول، نمودار ها ، اعداد و ... در تبادل اطلاعات و برقراری ارتباط به درستی استفاده شود.

(۴) تفکر ریاضی خود را به صورت منسجم و روشن برای دیگران بیان کنند.

(۵) دانش آموزان بتوانند در مباحثات ریاضی به صورت شفاهی یا نوشتاری شرکت کنند.

(۶) دانش آموزان بتوانند گزاره های ریاضی و موقعیت های پیش آمده در مسائل را توضیح دهند و تبیین کنند.

(۷) دانش آموزان بتوانند استدلال های ریاضی را با دیگران به تبادل بگذارند و نشان دهند که چرا یک نتیجه معنا دار است یا چرا یک استدلال معتبر است.

(۸) استدلال های دیگران و سئولات آنان را با دلایل منطقی و صحیح مورد تایید قرار داده یا رد کند.

(۹) تفکر ریاضی و راهبرد های ریاضی دیگران را تجزیه و تحلیل کرده و ارزیابی کند.

(۱۰) در یک فعالیت گروهی ، تفکر ریاضی ارائه شده توسط دیگران را گوش دهد ، بنویسد و درک کند.

(۱۱) روی راهبرد های دیگران در مقایسه با راهبرد خود تامل ، تفکر و نقادی کنند.

(۱۲) راهبردها ، راه حل ها و حدسیه های دیگران را تعمیم دهد و به چالش کشد.

(۱۳) از زبان ریاضی برای بیان دقیق ایده های ریاضی استفاده کند.

۱۴) از زبان ریاضی به صورت صحیح و درست برای طرح سوال های ریاضی با هدف به چالش کشیدن حدسیه های دیگران استفاده کند.

۱۵) مسایل کلامی را با استفاده از نماد ها و علائم رسمی ریاضی به صورت ریاضی بیان کند.

۱۶) زبان مناسب نمایش های مناسب و فرهنگ واژگان تخصصی ریاضی را درک کند و در هنگام توصیف و شرح اشیاء، روابط و راه حل های ریاضی از آن ها استفاده کند.

۱۷) از طریق درک مطلب و تفسیر نمایش ها ، نماد ها و علائم ریاضی و روش های نوشتاری، نتایج و نتیجه گیری های مربوط به ایده های ریاضی را استخراج کند.

۴) استدلال و اثبات: توانایی در استدلال و اثبات حدسیه ها ، جزء اصلی تفکر ریاضی است . بدون کسب این توانایی نمی توان درک درستی از ریاضی پیدا کرد. بنابر این در آموزش ریاضی توجه به موارد زیر ضروری است.

۱) استدلال و اثبات به عنوان بخش پایه ای ریاضی تشخیص داده شود و ارزش داده شود.

۲) ایده های ریاضی با استفاده از راهبرد های مختلف، توجیه و تبیین شوند.

۳) توانایی ساخت حدسیه های عملی ایجاد شود و حدس ها مورد بررسی و تحقیق قرار گیرند.

۴) یک حدسیه ی عملی را با استفاده از راهبرد های ریاضی مورد تجزیه و تحلیل قرار گیرد و یک نتیجه عملی از آن گرفته شود.

۵) موقعیت هایی که در آن یک جواب تقریبی از جواب دقیق مناسب تر است تشخیص داده شود.

۶) استدلال ها و اثبات های ریاضی خلق شوند ، رشد و توسعه داده شوند و مورد ارزیابی قرار گیرند.

۷) از ایده ها و زبان ریاضی برای به وجود آوردن استدلال ریاضی استفاده شود.

۸) استدلال منطقی ساخته شود و در آن ادعایی (دلیل) اثبات یا مثال نقض برای ابطال آن آورده شود.

۹) استدلال ریاضی درست در قالب و صورت های مختلف ارائه شود و مورد استفاده قرار گیرد.

۱۰) استدلال های نوشتاری را برای بررسی یک حدسیه علمی مورد استفاده قرار گیرد.

۱۱) انواع مختلفی از استدلال و روش های اثبات و راه حل ها به کار گرفته شود.

۱۲) با استفاده از یک رویکرد نظام مند ، استدلال های مختلف حل یک مسئله مورد ارزیابی قرار گیرد.

۱۳) از روش ابداعی صحیح برای بررسی و اثبات نتایج استفاده شود و از مثال نقض برای ابطال احکام نادرست استفاده شود.

۱۴) نتایج صحیح در حالت های کلی تر توسعه و تعمیم یابد.

۱۵) از نمودار های مناسب برای حمایت از یک استدلال منطقی استفاده شود.

۱۶) از استدلال استنتاجی برای ساختن و پشتیبانی از حدسیه های ریاضی استفاده شود.

(۵) حل مسئله: کسب توانایی حل مسئله از اهداف نهایی آموزش ریاضی است این مهارت نیازمند تمامی مهارت ها و توانایی هایی است که در ریاضی وجود دارد و به نوعی تمامی مهارت های ریاضی را به کار می گیرد . در این راستا موارد زیر باید مورد توجه قرار گیرد.

(۱) از طریق حل مسئله دانش جدید ریاضی بنا شود.

(۲) از راهبرد های متنوع حل مساله برای فهمیدن و درک محتوای موضوعی- مفهومی ریاضی استفاده شود.

(۳) نمایش های معادل یک مفهوم ریاضی را در تجزیه و تحلیل مسایل به کار برد.

(۴) مسایل ریاضی را در ارتباط با محیط پیرامونی درک و حل کند.

(۵) ز روش های مختلف نمایش ، برای توضیح موقعیت های مسئله گونه(نمایش های تصویری، عددی،جبری و نموداری) استفاده کند.

(۶) راهبرد های متنوع حل مسئله(رسم شکل-الگو سازی-حدس و آزمایش-الگو یابی-حل مسئله ساده تر- زیر مسئله- حذف حالت های نامطلوب-روش های جبری و تشکیل معادله)به کار گرفته شود.

(۷) توانایی انتخاب راهبرد موثر و کار آمد در جهت حل هر مسئله خاص ایجاد شود.

(۸) در یک فعالیت گروهی ، راهبرد های جدید برای حل یک مسئله پیشنهاد شود و انواع راهبرد ها مورد نقد و ارزیابی قرار گیرد.

(۹) فرایند حل یک مسئله ریاضی ، رصد و تحلیل شود.

(۱۰) اطلاعات مورد نیاز برای حل یک مسئله بررسی و تعیین شوند و روش هایی برای به دست آوردن اطلاعات انتخاب شود و شاخص هایی برای جواب ها و راه حل های قابل قبول تعریف شود.

(۱۱) راه حل های ارائه شده در یک مسئله با توجه به موقعیت و شرایط مسئله تفسیر شود.

(۱۲) روش های گوناگون حل یک مسئله بررسی و ارزیابی شود.

اهداف مهارتی

(۱)کسب توانایی توصیف موقعیت های گوناگون با زبان و روش های ریاضی.

(۲)کسب توانایی تجزیه و تحلیل موقعیت ها و یافتن مفاهیم ریاضی در آن ها .

(۳) کسب توانایی مرتبط کردن مفاهیم ریاضی با وضعیت های محیط پیرامونی.

(۴)رشد توانایی مدل سازی ریاضی از موقعیت های مسئله گونه ، حل مدل و یافتن جواب ها در ریاضی و تفسیر جواب ها در مسئله واقعی

(۵) کسب توانایی تجزیه و تحلیل منطقی جملات و انجام استدلال روی آن ها.

(۶) کسب توانایی مباحثه و دقیق شدن در مفاهیم و یافتن حقایق از طریق تحلیل منطقی.

(۷) کسب توانایی حل مسئله و حل مسائل واقعی و به کار گیری راهبرد های حل مسئله.

۸) کسب توانایی گمانه زنی و پذیرش یا رد آن ها

۹) کسب توانایی به نمایش در آوردن مفاهیم و اطلاعات و موقعیت های مسئله گونه

۱۰) کسب مهارت های تفکر (نقاد - خلاق - دیداری یا بصری و تعمیم ساز).

۱۱) فرضیه سازی و بررسی فرضیه ها در یک موقعیت مسئله گونه

۱۲) رشد و توسعه ی توانایی های تجسم ، انتزاع و تعمیم

۱۳) کسب توانایی تقریب زدن و تحلیل دقت و صحت و تخمین خطا در موقعیت های اندازه گیری

۱۴) توانمند شدن در استفاده از فناوری برای توسعه ی دانش و به کار گیری آن

۱۵) به کار گیری فنون ، ابزار ها و فرمول های مناسب برای اندازه گیری

۱۶) نمودار خوانی و تحلیل نمودار

اهداف نگرشی

۱) یافتن نگرش مثبت به ریاضی به عنوان ابزاری قدرت مند و اساسی برای درک و حل مسائل واقعی

۲) معنا دار دیدن مفاهیم ریاضی از طریق مشاهده آن ها در محیط پیرامونی

۳) مرتبط دانستن مفاهیم ریاضی با یکدیگر و با مفاهیم محیط پیرامونی

۴) کسب روحیه ی حقیقت جویی و صداقت علمی

۵) کسب روحیه ی نقادی و نقد پذیری نسبت به مطالب ارائه شده

سبک های یادگیری دانش آموزان

این سوال که آموزش ریاضیات چه تاثیری روی شخصیت فکری و منش های حل مسئله و شیوه های یادگیری دانش آموزان می گذارد به ساختار شناختی اپنان مربوط می شود. مسلماً پیشینه فکری و مهارت هایی که در ذهن دانش آموزان نهادینه شده اجازه نمی دهد نظام یکسانی که دانش آموزان با آن مواجه اند ساختار های شناختی یکسانی را به دست دهد. این تنوع ساختار های شناختی که تحت تربیت نظام آموزشی یکسانی بوده اند به تنهایی ناخواسته نیست ، بلکه مورد تاکید است. ذهن دانش آموزان همچون گلهای رنگارنگی که از یک آب و خاک و خورشید بهره گرفته اند اما با یکدیگر در رنگ و بو تفاوت دارند که در برابر نظام آموزشی یکسان مهارت های مختلفی را به بار می دهند و ثمرات گوناگونی را نتیجه می دهند. این تنوع زمینه های یادگیری دانش آموزان را می توان در سبک های یادگیری و در ساختار شناختی دانش آموزان خلاصه نمود. در رابطه با سبک های یادگیری و تفکر و شناخت دانش آموزان تئوری های گوناگونی وجود دارد. بعضی از این تئوری ها رفتار گرایانه ، بعضی روان شناسانه و برخی دیگر مجرد تر هستند. تئوری های رفتار گرایانه از سایر این تئوری ها ملموس تر و قابل فهم تر هستند. مجاری شناخت حس دانش آموزان در تئوری رفتار گرایانه به پنج حس محدود می شود. (بینایی، شنوایی، لامسه، چشایی، بویایی) از میان این پنج حس، حس بینایی، حس شنوایی، و حس لامسه در ارتباط با جهان خارج و یادگیری بر دیگر حس ها غلبه دارند.

حس بینایی مبنای تفکر تصویری و حس شنوایی مبنای تفکر کلامی و حس لامسه مبنای تفکر دست ورزی و ساختنی را پایه ریزی می کنند. این طور نیست که تفکر کلامی، تصویر و دست ورزی ذهن دانش آموزان را به طور یکسان درگیر کند. هر چند مهارت های تفکر دانش آموزان طیفی بین این سه مهارت تفکر است اما معمولاً در اکثر دانش آموزان یکی از سه سطح یادگیری بر دیگران غلبه دارد این سه مهارت تفکر **سه سبک یادگیری کلامی، تصویری و دست ورزی** را به دست می دهد اما به ندرت ممکن است در دانش آموزی دو تا از سه سبک های یادگیری و یا حتی هر سه سبک غلبه داشته باشد.

(۱) **سبک یادگیری کلامی:** در دانش آموزان کلامی ساختار نمادین کلام نقش مهمی در تفکر و یادگیری ایفا می کند اینان کسانی هستند که وقتی فکر می کنند به زبان کلمات و جملات با خود حرف می زنند و می توانند افکار خود را مستقیماً بر روی کاغذ بیاورند (به زبان آورند) استدلال ریاضی را مرحله به مرحله و جزء به جزء درک کنند و چون مراحل اثبات به پایان می رسد مراحل درک ریاضی آنان خاتمه می یابد. این دانش آموزان از جزء به سمت کل حرکت می کنند و معمولاً تئوری های آنان در چگونگی هم نشینی جزئیات بسیار قوی است. اما در همبستگی مبنای و ساختار های کلی می لنگند (ارسطو، ابن سینا، دکارت، کانت زیر چتر این نوع تفکر قرار دارند).

(۲) **سبک یادگیری تصویری:** در دانش آموزان تصویری شهود و تصویرسازی نقش مهمی در تفکر و یادگیری ایفا می کنند. وقتی این دانش آموزان به تفکر می پردازند روند تفکر به زبان مفاهیم و ارتباط بین آن ها پیش می رود و باز نویسی روند تفکر برای ایشان نیاز به زحمت مضاعف دارد. حتی برخی از ایشان از به کلام در آوردن روند تفکر خود عاجز و ناتوانند اما می توانند به خوبی آن را به زبان مفاهیم و ارتباط بین آن ها بیان کنند. استدلال ریاضی توسط ایشان به صورت کلی و مانند نگاه کردن به اجزای یک تابلو به طور سرتا سری ادراک می شود. اینان از درک کل به سوی ادراک جزء ثبات حرکت می کنند و معمولاً تئوری های آنان در ساختار و مبنای دقیق است اما در هم نشینی و برقراری رابطه بین اجزا ضعیف می نمایند (افلاطون، فارابی، ابن عربی، سهروردی و ملا صدرا زیر چتر این نوع تفکر قرار دارند).

(۳) **سبک دست ورزی:** در دانش آموزان دست ورز که ساختار گرا هستند باز سازی ساختار ها و دست و فکرشان نقش مهمی در تفکر و یادگیری ایفا می کند اینان با به کار بردن ابزار ها و ساختن اشکال و باز سازی ذهنی ساختار ها در ذهن خود مفاهیم را یاد می گیرند و مهارت ها را کسب می کنند اینان برای درک محتوای درسی احتیاج به خلوت کردن با خود دارند حتی اگر آموزش با سبک یادگیری ایشان هماهنگ باشد. استدلال ریاضی را تا وقتی خودشان باز سازی نکنند، نمی فهمند.

توجه: فیلسوفان دست ورز معمولاً به تئوری پردازی اشتغال ندارند اما فیلسوفان کلامی و تصویری به تئوری پردازی در باب انسان می پردازند. با توجه به مطالب قبل و رویکرد جدید آموزش و پرورش که یک رویکرد فرهنگی - تربیتی با تاکید بر حل مسئله از طریق محور قرار دادن دانش آموز در باز سازی مستمر تجربه از راه مهارت های اکتشاف می باشن د. **معلم چگونه باید در کلاس درس تدریس کند و چه روش تدریسی انتخاب کند؟ معلم نیاز به چه دانشی برای تدریس دارد؟**

جواب این دو سوال به صورت زیر است. اول به سوال دوم جواب می دهیم. **معلم نیاز به چه دانشی از ریاضی دارد؟**

(۱) معلمان باید مفاهیم ریاضی را خوب بشناسند و درک درستی از مفاهیم ریاضی داشته باشند.

(۲) قوانین و تعاریف را خوب بدانند

(۳) سبک های شناختی دانش آموزان را شناسایی کنند.

(۴) سبک های یادگیری ریاضی را درک کنند.

۵) بدانند که دانش آموزان از یک سبک ریاضی مفاهیم ریاضی را یاد نمی گیرند.

۶) محور اصلی در کلاس درس فعال بودن دانش آموزان است.

۷) راهبرد های حل مساله را بدانند و به کار بگیرند.

۸) با انواع روش های تدریس آشنا باشند و معایب و محاسن این روش های تدریس را شناسایی کنند.

۹) با روانشناسی کودک آشنا باشند.

۱۰) معلم باید معلومات خود را به روز رسانی کند.

۱۱) به تفاوت های فردی و شناختی آن ها اهمیت دهد.

معلم چگونه در کلاس درس تدریس کند؟ با توجه به مطالب کتاب های ریاضی دوره ابتدایی و اهداف آن ها و سن دانش آموزان می تواند روش های تدریس متفاوت انتخاب کند ولی محور اصلی همه روش های تدریسی که معلم انتخاب می کند فعال بودن و کش اف بودن دانش آموز می باشد. برای این منظور برای هر کتاب درسی، روش های تدریس مربوط به آن به صورت زیر پیشنهاد می گردد. هر چند که انتخاب روش تدریس به دانش آموزان یک کلاس بستگی دارد و با تجربه به دست می آید.

کلاس اول ابتدایی (ریاضی اول دبستان): کتاب ریاضی پایه اول شامل ۲۵ بخش است و هر بخش شامل ۷ صفحه است که شروع هر بخش با یک لوحه (تصویر آغاز می گردد. صفحه آغازین هر بخش (بدون اینکه نوشته شود) شامل:

۱) عنوان ۲) مفاهیم ۳) مهارت ها ۴) نگرش ها ۵) تاثیرات بر ساختار شناختی ۶) تم شناختی ۷) ارتباط با صفحات بخش است.

معلم باید این هفت مطلب را تشخیص دهد و تلاش کند که مهارت و شناخت دانش آموزان را افزایش دهد. روش تدریس این ۲۵ بخش به صورت زیر است.

۱) به کمک دانش آموزان اهداف و نگرش های هر بخش که در صفحه آغازین (لوح یا تصویر) نهفته است ذکر می گردد یعنی هرچه در لوح دیده می شود توسط دانش آموزان با راهنمایی معلم بیان می گردد و سعی شود همه دانش آموزان مشارکت داشته باشند یعنی دانش آموز باید فعال باشد.

۲) برای تدریس هر صفحه به کمک وسایل و دست ورز ها و استفاده از دانش آموزان و فعالیت عملی آنان تدریس آغاز گردد.

۳) سپس به صفحه ی مورد نظر مراجعه کرده و به کمک دانش آموزان و فعالیت آن ها (دیدن صفحه توسط دانش آموزان، کتاب باز) آن صفحه تدریس می گردد.

۴) باز گشت به صفحه ی آغازین و دیدن آن صفحه توسط دانش آموزان و پرسش از دانش آموزان توسط معلم و جواب آن ها ارتباط بین صفحه آغازین و صفحه مورد تدریس معین می گردد تا دانش آموزان مفاهیم و مهارت های در نظر گرفته شده در آن صفحه آموزش ببینند.

۵) کار در خانه توسط دانش آموزان با راهنمایی والدین دانش آموزان برای یادگیری بهتر انجام می گیرد.

توجه

۱) در کتاب ریاضی اول دبستان از کل به جزء به مسائل و مطالب نگاه می کنیم.

۲) برای آموزش هندسه در مرحله اول دانش آموز باید با اشکال هندسی (بدون نام) آشنا می شود (صفحه ۳ کتاب) و سپس با لبه و گوشه (صفحات ۱۰۴، ۹۸، ۳۵، ۳۳، ۲۸، ۲۶، ۲۳) و در نهایت با نام اصلی آن ها (صفحه ۱۶۶) آشنا می شوند.

۳) برای آموزش تقارن در مرحله اول رسم خطی است که جسم متقارن را به دو نیمه مثل هم تقسیم می کند (خط تقارن) سپس رنگ کردن دو نیمه مثل هم است (صفحات ۱۶۵، ۱۳۹، ۱۳۲، ۱۲۵، ۱۱۷، ۱۰۹، ۱۰۴، ۹۸، ۹۰، ۸۹، ۸۳، ۷۲، ۶۸، ۶۰، ۴۹، ۴۲) و تشخیص خط تقارن افقی و عمودی.

۴) آموزش ساعت: بعد از آموزش اعداد دو رقمی ۱۰ تا ۱۹ دانش آموز با ساعت آشنا می شود (صفحه ۱۱۲) و سپس خواندن ساعت رند (صفحه ۱۴۶) و در نهایت زمان ساعت بین ساعت مثلاً ساعت ۸ و ۹ (صفحه ۱۴۷) و در (صفحه ۱۶۴) گذشتن ساعت از زمن مشخص و یا کمی به ساعت دقیق ماندن آموزش می بیند (در کتاب اول نیازی به ثانیه و دقیقه نیست).

۵) آموزش حل مساله: یکی از اهداف ریاضی سال اول ابتدایی آموزش حل مسئله است که از صفحه ۱۳۰ به بعد شروع می شود آموزش حل مسئله بعد از یاد گرفتن جمع و تفریق شروع می شود (راهبرد رسم شکل) در صفحه ۱۳۰ به کمک محور مسئله حل می شود. در صفحه ۱۳۰ حل مسئله مربوط به جمع و در صفحه ۱۳۳ مسئله ها مربوط به تفریق آمده است و در صفحات

۱۴۰ و ۱۴۴ و ۱۵۱ و ۱۶۱ و ۱۶۳ و ۱۶۷ و ۱۷۰ و ۱۷۱ و ۱۷۳ و ۱۷۴ حل مسئله ادامه پیدا می کند (تلاش شود دانش آموز بتواند مسئله ساده بسازد و حل کند).

۶) جدول سودوکو (مربع شگفت انگیز): برای آموزش جدول سودوکو در مرحله ی اول سطر و ستون آموزش داده می شود و به کمک اشکالی که می تواند (مربع، مثلث، دایره، مستطیل) شکل های ساده باشد مربع شگفت انگیز معرفی می شود صفحات ۹ و ۱۳ و ۱۸ و ۲۸ و ۳۴ و ۴۴ (نام سودوکو بیان می گردد) و بعد از یاد گرفتن اعداد ۱ و ۲ و ۳ و ۴ با مربع شگفت انگیز که باید با این اعداد کامل گردد آشنا می شود این مربع 4×4 (چهار تایی) است و در هر سطر و ستون فقط یک بار اعداد ۱ و ۲ و ۳ و ۴ قرار می گیرد (صفحات ۵۶ و ۵۸ و ۶۸ و ۸۹ و ۹۵ و ۱۰۳ و ۱۰۹ و ۱۱۷ و ۱۲۵ و ۱۳۲). هدف از آموزش مربع شگفت انگیز شناخت اعداد و راه حل های متفاوت و فکر کردن برای روش های کامل کردن این مربع ها و بیان این روش ها است و جنبه سرگرمی هم دارد. (یعنی استفاده از سرگرمی برای آموزش اعداد و ترتیب و ...)

۷) الگو یابی: در اکثر صفحات کتاب ریاضی اول دبستان از دانش آموز خواسته شده که الگو یابی را کامل کند و رابطه ی بین شکل های یک الگو را تشخیص دهد و بیان کند. الگو یابی برای تقویت فکر و ذهن دانش آموز مفید است و در آینده یکی از راهبرد های حل مسئله می باشد همچنین مهارت دانش آموزان در رنگ کردن بالا می برد و برای دانش آموزان سرگرمی می باشد . صفحات ۴ و ۵ و ۷ و ۱۰ و ۱۲ و ۱۴ و ۱۷ و ۱۹ و ۲۵ و ۳۴ و ۴۶ و ۴۸ و ۵۳ و ۶۰ و ۷۰ و ۷۵ و ۹۰ و ۱۲۲ و ۱۲۴ و ۱۲۵.

۸) در کتاب ریاضی پایه اول هدف اصلی درک مفاهیم توسط دانش آموز است نیازی به تعریف دقیق و بیان اصول و اثبات نیست بلکه به کمک کار عملی و فعالیت علمی دانش آموزان با راهنمایی معلم ، دانش آموزان مفاهیم ریاضی را درک کنند و به این مفاهیم پی ببرند مانند مفاهیم جمع، تفریق، کمتری، بیشتری، ترتیب اعداد، اندازه گیری، تقارن، الگو یابی، ساعت و ...

کتاب ریاضی سال دوم دبستان : این کتاب شامل هشت فصل : ۱- عدد و رقم ۲- جمع و تفریق اعداد دو رقمی ۳- اشکال هندسی ۴- عددهای سه رقمی ۵- اندازه گیری ۶- جمع و تفریق اعداد سه رقمی ۷- کسر و احتمال ۸- آمار و نمودار است.

هر فصل شامل چهار واحد درسی و یک واحد حل مساله است که به آموزش راهبرد حل مساله می پردازد. همچنین یک واحد مرور فصل و تمرین های ترکیبی و تکمیلی در پایان هر فصل آمده است که با تاکید بر مهارت های از جمله مهارت خواندن و نوشتن می باشد در اکثر فصل های این کتاب

معمایایی طرح شده است که حل آن برای دانش آموزان علاقه مند در خانه می باشد و جنبه ی سرگرمی دارد و حل آن باعث تفکر و تقویت فکر و خلاقیت دانش آموزان می شود و برای همه ی دانش آموزان طراحی نشده است و جنبه ی اختیاری دارد.

همانند کتاب سال اول در آغاز هر فصل یک صفحه عنوان آمده است که شامل یک تصویر می باشد و در هر تصویر سه هدف نهفته است ۱- برقراری ارتباط کلامی دانش آموزان ۲- بالا بردن اطلاعات آگاهی های دانش آموزان ۳- تصویرخوانی توسط دانش آموزان

در صفحه ی عنوان (تصویر) دانش آموز باید بتواند ارتباط کلامی برقرار کند و با داستان سازی سطح آگاهی خود را بالا ببرد.

در هر یک از واحدهای یادگیری چند فعالیت و تمرین و کار در کلاس در نظر گرفته شده است.

تدریس این کتاب به صورت زیر است.

۱) برای صفحه ی عنوان (تصویر) اول هر فصل، معلم باید زمینه ی لازم برای تصویر خوانی و داستان سازی توسط دانش آموزان فراهم کند و به هدایت دانش آموزان بپردازد و دانش آموزان بخواهد با نگاه کردن به اطراف خود کاربردهای این صفحه را بیابند و آن ها را به زبان بیاورند. در پایین صفحه ی تصویر آیا میدانید آمده است که اطلاعاتی به دانش آموزان می دهد و معلم می تواند آن ها را در کلاس درس به بحث بگذارد (کتاب راهنمای معلم برای تدریس این صفحه پیشنهاد می شود)

۲) برای هر واحد یادگیری معلم باید با استفاده از وسایل کمک آموزشی (دست ورزهایی که توسط دانش آموزان ساخته می شود) و گروه بندی کردن دانش آموزان (بحث گروهی یا کار گروهی) تدریس را شروع کند. سپس با مراجعه به کتاب (کتاب باز) از دانش آموزان بخواهد فعالیت را انجام دهند. به کمک این فعالیت ها دانش آموزان روش محاسبه و قوانین ریاضی را کشف کنند و با حدسیه سازی برخی از روابط ریاضی را حدس بزنند و همچنین با حل واحد کار در کلاس که با راهنمایی و هدایت معلم صورت می گیرد کار تدریس کامل می گردد. فعالیت و کار در کلاس باعث می شود که مهارت های دانش آموزان افزایش پیدا کند و برخی از قوانین از قبیل انتقال در جمع و تفریق و الگوهای به کار رفته در الگوییابی توسط دانش آموزان کشف و بیان می گردد.

۳) برای حل مساله یک راهبرد حل مساله در نظر گرفته شده است و دانش آموز با هدایت معلم به راهبرد پی می برد. و حل مساله برای درک مفاهیم ریاضی و افزایش خلاقیت دانش آموزان مفید و لازم می باشد. و معلم تلاش می کند که دانش آموزان علاوه بر حل مساله طراح مساله هم باشند یعنی خودشان مساله را طرح کنند و راهبردی برای مساله بیابند.

۴) تمرین های آخر هر واحد یادگیری و تمرین های تکمیلی در پایان هر فصل برای خانه می باشد و معلم می تواند جلساتی برای حل آن ها توسط دانش آموزان در نظر بگیرد (یعنی در مرحله ی اول دانش آموزان اول آن را در خانه حل می کنند و سپس در جلسه ی حل تمرین راه حل خود را برای دیگر دانش آموزان شرح می دهند).

کتاب ریاضی سال سوم دبستان: این کتاب شامل هشت فصل: ۱- الگوها ۲- عدد چهار رقمی ۳- عددهای کسری ۴- ضرب و تقسیم ۵- محیط و مساحت ۶- جمع و تفریق ۷- آمار و احتمال ۸- ضرب عددها است.

هر فصل شامل چهار درس و یک بخش حل مساله است که راهبردهای حل مساله را آموزش می دهد و از راهبرد حل مساله در آموزش مفاهیم ریاضی استفاده شده است.

در هر درس برای آموزش مفاهیم آن درس و کار در کلاس برای تکمیل یادگیری و رفع اشکالات احتمالی در کلاس درس و تمرین ها جهت تثبیت یادگیری در منزل گنجانده شده است در پایان هر فصل یک بخش به عنوان مرور فصل علاوه تمرین های تکمیلی و ترکیبی آمده است که برای بالا

بردن مهارت های دانش آموزان در خواندن و نوشتن می باشد . معماهای مطرح شده در کتاب مخصوص منزل و برای تقویت فکری دانش آموزان علاقه مند می باشد.

در شروع هر فصل یک صفحه عنوان (صفحه تصویر) همانند کتاب دوم آمده است که این تصویر مرتبط با موضوع آن فصل می باشد و این تصویر باعث می شود تا دانش آموزان راجع به آن موضوع یک تصویر از محیط پیرامون داشته باشند و این تصویر کمک می کند تا دانش آموزان درک تصویری مناسبی از موضوع قبل داشته باشند این تصویر که به تصویر هم معروف است دارای هدفی است که ایجاد انگیزه و ارتباط مفاهیم آن فصل با زندگی واقعی است و معلم در ابتدای هر فصل و در شروع هر درس به تصویر موضوعی بپردازد و با طرح سوالاتی ذهن دانش آموزان را به مفهوم نزدیک تر کند.

بنابراین در ابتدای هر واحد یادگیری باید به تصویر موضوعی و ارتباطش با آن مفهوم بپردازد (یعنی تصویر خوانی توسط دانش آموز با راهنمایی معلم) در پایین تصویر عنوان مطالبی نوشته شده است تا سطح اطلاعات دانش آموزان را نسبت به آن مفهوم بالاتر ببرد . این اطلاعات دانستن آن، به ایجاد انگیزه و نگرش مثبت دانش آموزان به آن مفهوم کمک می کند.

روش تدریس کتاب سوم همانند روش تدریس کتاب دوم است زی را که ساختار هر درس فعالیت + کار در کلاس + تمرین است . با فعالیت مفاهیم اصلی مورد نظر تا حد امکان آموزش داده می شود به طوری که زمینه برای تولید و ساخت دانش و مفهوم ریاضی فراهم می شود و همچنین فعالیت ها به گونه ای طراحی شده است که هدف های مهارتی نیز پوشش دهند لذا در انجام آن ها به جنبه ی مهارتی آن توجه شود . فعالیت ها می تواند گروهی یا فردی انجام شود

کار در کلاس، معلم پس از انجام فعالیت ها از دانش آموزان می خواهد که کار در کلاس انجام دهند هدف اصلی این بخش کسب اطمینان از یادگیری مفاهیم توسط دانش آموزان و ایجاد فرصتی برای دانش آموزان است که زمان بیشتری برای یادگیری نیاز دارند، لذا این قسمت حتما باید در کلاس انجام شود و معلم به کار دانش آموزان نظارت می کند.

بنابراین به طور خلاصه فرایند تدریس کلاس سوم به صورت زیر است:

۱- با تصویر عنوانی در رابطه با فصل مورد نظر صحبت می شود و بینمایش تصویری، ذهن دانش آموزان را به عنوان آن فصل نزدیک می کند

۲- در شروع هر درس با نمایش تصویر موضوعی و طرح سوالات مختلف ذهن دانش آموزان را به آن مفهوم نزدیک می کند

۳- با انجام فعالیت دست ورزی آن مفهوم را برای دانش آموزان بیان می کنیم و در این قسمت می توانیم از واژه های مرتبط استفاده کنیم

۴- با انجام فعالیت ها و کار در کلاس آموزش را ادامه می دهیم.

کتاب ریاضی چهارم دبستان: این کتاب شامل هفت فصل: ۱- اعداد والگوها ۲- کسر ۳- ضرب و تقسیم ۴- اندازه گیری ۵- عدد مخلوط عدد اعشاری ۶- شکل های هندسی ۷- آمار و احتمال) است.

در هر فصل یک صفحه عنوان ۲ صفحه حل مساله و چهار صفحه درس ها (فصل ششم شامل ۶ درس و در عوض فصل هفتم دارای ۲ درس است) و سه صفحه مرور فصل است

در صفحه ی عنوان ۳ تصویر و یک متن وجود دارد و معلم به کمک آن انگیزه ی لازم را برای شروع درس در دانش آموزان به وجود می آورد (با تصویر خوانی توسط دانش آموزان و پرسش توسط معلم ذهن دانش آموزان آماده ی تدریس می شود . بنابراین برای تدریس شروع هر درس معلم به این صفحه باز می گردد و پس از ایجاد انگیزه تدریس هر درس آغاز می گردد.

در هر فصل ۲ صفحه به حل مساله اختصاص داده شده است و معمولاً به دو راهبرد حل مساله یا ترکیب دو راهبرد پرداخته می شود.

راهبردها طوری تنظیم شده است که در انجام فعالیت ها در هر فصل کاربرد دارد و به دانش آموزان کمک می کند تا ریاضی را یاد بگیرند انج ام این دو صفحه توسط دانش آموزان با راهنمایی معلم روش تدریس این دو صفحه است (فردی یا گروهی)

در هر فصل چهار درس منظور شده است و هر درس شامل فعالیت، کار در کلاس و تمرین می باشد و هر درس در چهار صفحه تنظیم شده است

در مجموع کتاب بیست و هشت درس دارد که برای بیست و هشت هفته (هفته ای یک درس) تنظیم شده است .

همچنین در این کتاب یک قسمت به نام مرور فصل (در سه صفحه) در نظر گرفته شده است و مطالب و محتوای آن فصل در این قسمت مرور می شود این بخش شامل فرهنگ نوشتن، تمرین (سوالات ترکیبی) معما و سرگرمی و فرهنگ خواندن است

روش تدریس کتاب چهارم همانند کتاب دوم و سوم است که در آن دانش آموز فعال است و معلم راهنما می باشد . تلاش شود کار گروهی در کلاس درس صورت گیرد بنابراین با تقسیم دانش آموزان به گروه های مختلف و راهنمایی این گروه ها توسط معلم فعالیت ها و حل مساله در کلاس درس انجام شود. کار در کلاس باعث استمرار یادگیری و رفع بد فهمی ها و کج فهمی ها می شود حتما کار در کلاس، در کلاس درس توسط دانش آموزان انجام شود تا بدفهمی ها و کج فهمی ها معین گردد و معلم به رفع آن ها بپردازد.

کتاب ریاضی سال پنجم دبستان : این کتاب شامل هفت فصل : ۱- عدد نویسی والگوها ۲- کسر ۳- نسبت و تناسب درصد ۴- تقارن و شکل های هندسی و زاویه ۵- اعشار ۶- محیط و مساحت و حجم ۷- بررسی داده ها است.

ساختار کتاب پنجم از سه بخش فعالیت، کار در کلاس و تمرین تشکیل شده است و هدف از فعالیت آشنایی دانش آموزان با مفاهیم درس و سهیم بودن آنان در ساختن دانش مورد نظر است. فعالیت ها شامل مراحلی مانند درک کردن، کشف کردن، حل مساله، استدلال کردن، بررسی کردن، حدس و آزمایش، توضیح و راه حل، مرتب کردن، قضاوت در مورد یک راه حل و مقایسه ی راه حل های مختلف است. هدایت فعالیت ها بر عهده ی معلم است و هر جا که لازم باشد، معلم راهنمایی لازم را ارایه خواهد کرد.

در بسیاری از موارد، انجام دادن فعالیت ساده نیست ولی اجرای مناسب آن ارزش زیادی دارد . اکثر فعالیت ها در حد متوسط ی طراحی شده است بنابراین هنر معلم این است که با توجه به زمان و توانایی دانش آموزان خود، یک فعالیت را غنی تر کند و یا با ارایه ی توضیحات بیشتر و ایجاد تغییرات در آن فعالیت را ساده تر نماید.

هنگام انجام دادن فعالیت ها، هدایت و گفت و گو کلاسی یا گفتمان ریاضی که در آن دانش آموزان به ارایه دید گاه ها و دفاع از ایده های خود و نیز قضاوت و ارزیابی افکار و روش های ریاضی دیگر دانش آموزان می پردازد، به عهده ی معلم می پردازد.

به طور خلاصه: فراهم کردن فرصت های یادگیری و دادن مجال به دانش آموزان برای اینکه خودشان به کشف مفهوم بپردازند می توانند یکی از هدف های معلم در کلاس درس باشد.

کار در کلاس برای تثبیت و تعمیق و در مواردی تعمیم یادگیری طراحی شده است و انتظار می رود که دانش آموزان بیشترین سهم را در انجام کار در کلاس داشته باشند البته در کار در کلاس کج فهمی ها و بد فهمی ها توسط معلم رفع می گردد.

حل تمرین بر عهده ی دانش آموزان است اما ضرورت دارد که معلم زمینه را برای طرح و بررسی آنها در کلاس فراهم سازد.

در این کتاب برای راهبردهای حل مسئله صفحه ای خاص در نظر گرفته نشده است ولی این راهبردها در متن درس قرار گرفته است هر چند که ذکر از این راهبردها به میان نیامده است.

در این کتاب مهارت های ریاضی که در زندگی روز مره که با آن سروکار داریم پرداخته شده است و عملاً دانش آموز درگیر حل مسئله ی روزانه می کند مانند خرید لوازم زندگی و محاسبه ی هزینه های ساخت یک مدرسه و خانه و...

مسئله های موجود در فعالیت ها و کار در کلاس ها و تمرین ها اکثراً کاربردی هستند و حل آن ها توسط دانش آموزان باعث می شود که دانش آموزان به صورت واقعی با کاربرد ریاضی آشنا شوند و به این سوال که همواره توسط دانش آموزان مطرح می شود که ریاضی به چه دردی می خورد جواب دهد.

روش تدریس هم همانند کتاب های ریاضی سال های قبل است با این تفاوت که مطالب این کتاب گسترده تر و عملی تر از کتاب های قبل است و معلم علاوه بر هدایت و راهنمایی دانش آموزان باید اطلاعات کافی از مطالب این کتاب داشته باشد.

در آخر هر فصل یک بخش به نام مرور فصل در نظر گرفته شده است که همانند کتاب های ریاضی سال قبل است و در آن فرهنگ نوشتن، تمرین، معما و سرگرمی و فرهنگ خواندن گنجانده شده است

کتاب ریاضی سال ششم دبستان : این کتاب شامل هفت فصل : ۱- کسر متعارفی ۲- عددهای اعشاری ۳- اندازه گیری طول و زاویه ۴- عددهای تقریبی ۵- نسبت و تناسب و درصد ۶- اندازه گیری سطح و حجم ۷- مختصات و عددهای صحیح است.

ساختار این کتاب همانند کتاب ریاضی چهارم دبستان تنظیم شده است با این تفاوت که بخش حل مسئله در وسط فصل آمده است در صورتی که در کتاب چهارم دبستان حل مسئله در اول فصل آمده است. هر توضیحی که برای کتاب ریاضی سال چهارم دبستان قبلاً آورده ایم برای این کتاب هم می توان به کار برد.

تعدادی از فصول این کتاب، در کتاب های ریاضی پایه چهارم و پنجم ابتدایی آمده است مانند کسر و عدد های اعشاری و نسبت و تناسب و درصد و اندازه گیری و در این کتاب این مطالب کامل تر شده است و یک فصل جدید به نام مختصات و عددهای صحیح در این کتاب آمده است که با باقی مطالب تفاوت دارد و مقدمه ای است برای دوره ی متوسطه (دبیرستان) بنابراین روش های تدریس این کتاب همانند کتاب چهارم ابتدایی است و دانش آموزان با انجام دادن فعالیت ها، خود به کشف قواعد ریاضی می پردازند و مفاهیم ریاضی را یاد می گیرند و آن ها را در کار در کلاس و تمرین ها به کار می گیرند.

برخی از مسائل این کتاب راه حل های ساده و آسان ندارد و باید برگشت و فعالیت ها و کار در کلاس را دوباره مطالعه کرد تا بتوان مسائل ای ن کتاب را حل کرد. نقش معلم در راهنمایی دانش آموزان در حل مسائل خیلی مهم و اساسی می باشد و معلمان باید با فنون حل مسئله کاملاً آگاه و آشنا باشند و مسائل را جداگانه حل کرده باشند تا بتوانند دانش آموزان را به خوبی هدایت کنند.

با توجه به این که ۶ فصل از کتاب در سال های قبل مانند کسر و اعشار و اندازه گیری، عددهای تقریبی و درصد و تناسب تدریس شده است و این مطالب در این کتاب کامل تر تدریس می گردد لازم است مطالب سال های قبل را خوب یاد گرفته باشند و با روش های جدید با دانش آموزان کار شده باشد و دانش آموزان یاد گرفته باشند که خودشان مفاهیم ریاضی را یاد بگیرند و قوانین و فرمول های ریاضی را خودشان کشف کنند. در غیر این صورت کار معلم کمی دشوار می شود و باید خودش بیشتر تدریس کند یعنی خود معلم فعال باشد در صورتی که کتاب طوری تنظیم شده است که دانش آموزان فعال باشند.

توجه

۱) در ضرب و تقسیم اعداد اعشاری لازم است که دانش آموزان ضرب و تقسیم اعداد در ریاضی سوم و چهارم را به خوبی فرا گرفته باشند همچنین جمع و تفریق اعداد اعشاری هم به جمع و تفریق اعداد طبیعی وابسته هستند.

۲) در جمع و تفریق و ضرب و تقسیم اعداد مخلوط هم نیاز است که دانش آموزان جمع و تفریق و ضرب و تقسیم اعداد کسری و اعداد طبیعی را به خوبی فرا گرفته باشند.

۳) در جمع و تفریق اعداد مرکب هم جمع و تفریق اعداد طبیعی لازم است.

۴) در اندازه گیری هم لازم است که طول و زمان و زاویه کتاب های ریاضی سال چهارم و پنجم خوب کار شده باشد و دانش آموزان با این مفاهیم و مهارت های محاسبه ی آن آشنا باشند.

۵) تناسب و درصد و نسبت هم همین وضعیت دارد.

۶) برای فصل هفتم کتاب ریاضی ششم که به مختصات و اعداد صحیح اختصاص دارد لازم است که دانش آموزان با مفهوم تقارن مرکزی و محور تقارن آشنا باشند تا بتوانند این فصل را به خوبی یاد بگیرند.

راهنمای حل مساله

یکی از مشکلات اصلی دانش آموزان عدم توانایی آنها در حل مساله است. دانش آموزان وقتی با یک مساله مواجه می شوند نمی دانند از کجا شروع کنند و یا چگونه اقدام به حل آن نمایند. آموزش راهنماهای حل مساله می تواند گام مفیدی برای حل مساله باشد.

در رویکرد جدید آموزشی، آموزش مفاهیم و یادگیری ریاضی به کمک حل مساله یا راهنماهای حل مساله صورت می گیرد. و حل مساله یکی از اهداف فرایندی نظام آموزشی جدید می باشد و در بخش اهداف فرایندی ۱۲ هدف برای حل مساله ذکر شده است و حل مساله یک ابزار و روش اصلی و فراگیر انجام دادن ریاضیات است.

در این بخش به راهنماهای حل مساله می پردازیم: بررسی راهنماهای مختلف و امکان حل مساله با این راهنماها در واقع اقدامی مهم برای حل مساله است در آموزش عمومی ۸ راهبرد به دانش آموزان، آموزش داده می شوند که این ۸ راهبرد عبارت اند از:

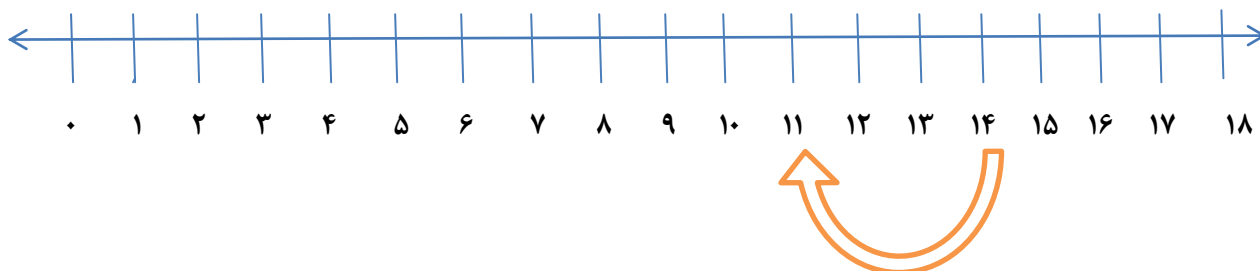
۱- رسم شکل ۲- الگوسازی ۳- حدس و آزمایش ۴- الگویابی ۵- حل مساله ساده تر ۶- زیر مساله ۷- حذف حالت های نامطلوب ۸- روش های جبری و تشکیل معادله (روش نمادین).

۱) **راهنمای رسم شکل:** این راهنما به طور طبیعی در ذهن دانش آموزان نقش می بندد و کشیدن شکل برای یک مساله اولین ایده ای است که به ذهن می آید. بسیاری از مسائل با کشیدن شکل به راحتی حل می شوند و حتی نیازی به نوشتن عملیات نخواهند داشت. معمولاً شکل ها ساده می باشند از قبیل رسم محور اعداد، رسم چوب خط و اشکال هندسی و اشکال اشیاء و....

چند نمونه از مسائل که با راهنمای رسم شکل حل می شود (برای یک مساله ممکن است چند راهنما وجود داشته باشد)

مثال ۱: ۸ دانش آموز در کلاس بودند ۶ دانش آموز دیگر به کلاس آمدند و ۳ دانش آموز از کلاس خارج شدند، حال چند دانش آموز در کلاس هستند (برای کلاس دوم دبستان)

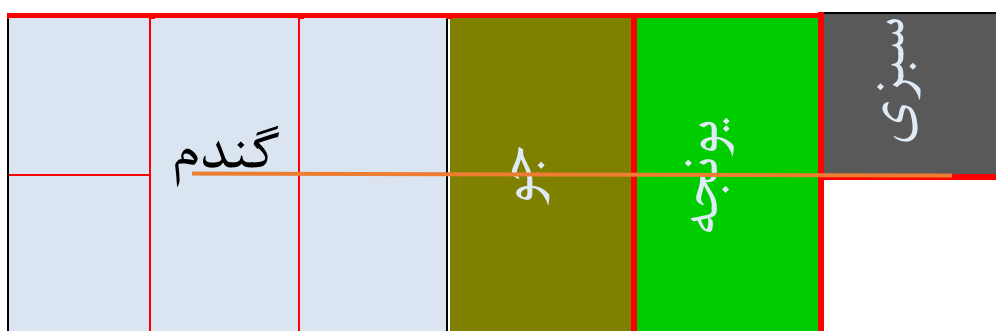
حل: محور اعداد رسم می کنیم



یکبار ۸ واحد و بار دیگر ۶ واحد جلو می رویم و سپس ۳ واحد برمی گردیم و جواب ۱۱ دانش آموز در کلاس هستند.

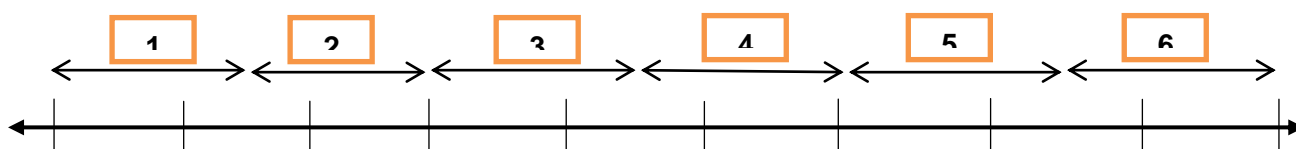
مثال ۲: علی آقا کشاورز است او نیمی از زمین خود را گندم کاشت و نیم دیگر را سه قسمت کرد و در یک قسمت جو و در یک قسمت هم یونجه کاشت. او قسمت سوم هم نصف کرد و در یک قسمت آن سبزی کاشت. علی آقا چه کسری از زمین خود را سبزی کاشته است. (کتاب ششم ابتدایی)

حل: یک مستطیل به عنوان زمین علی آقا رسم می کنیم و آن را به دو قسمت مساوی تقسیم می کنیم و در یک قسمت آن گندم می نویسیم و یا رنگ می کنیم. سپس قسمت باقی مانده را به سه قسمت مساوی تقسیم می کنیم و در یک قسمت جو و در یک قسمت یونجه می نویسیم (یا رنگ می کنیم) قسمت سوم را به دو قسمت مساوی تقسیم می کنیم و در یک قسمت آن سبزی می نویسیم. کافی است که قسمتی که گندم نوشته ایم هم سه قسمت کنیم و خطی که (خط وسط) سبزی را جدا کرده است ادامه دهیم و زمین علی آقا به ۱۲ قسمت مساوی تقسیم می شود و $\frac{1}{12}$ زمین سبزی کاشته است. (توجه: شکل را می توان طور دیگری هم کشید امتحان کنید)



مثال ۳: حسن چوبی به طول $\frac{1}{5}$ متر در اختیار دارد و می خواهد با آن یک مفتول به طول ۹ متر اندازه گیری کند. حسن چند بار باید این چوب را در کنار مفتول قرار دهد تا مفتول اندازه گیری شود (یا مفتول چند برابر چوب است).

حل: با رسم شکل جواب ۶ بار



مفتول

نظام دار): به این راهبرد تفکر نظام دار یا جدول نظام		۲) راهبرد الگوسازی (سازمان دهی داده ها و جدول	
یک جدول و سازمان دهی داده ها راهبردی مناسب برای	اطمینان را ایجاد میکند که تمام حالت های مختلف در	یکان	دهگان
		۳	۵
		۴	۵
		۳	۷
		۴	۷

دار هم می گویند. مرتب کردن داده ها و قرار دادن آنها در حل مساله است. تشکیل جدول نظام دار (با نظم) این نظر گرفته شده اند.

مثال ۱: همه عددهای دو رقمی بنویسید که رقم یکان آن ۳ و ۴ و رقم دهگان آن ۵ و ۷ باشد. (برای کلاس دوم)

حل: یک جدول ارزش مکانی آماده می کنیم. و تمام حالات ممکن با نظم در جدول قرار می دهیم و چهار عدد نوشته می شود. ۷۴، ۷۳، ۵۳، ۵۴

مثال ۲: به چند حالت می توان با سکه های ۱۰ و ۱۰۰ ریالی، ۲۰۰ ریال درست کرد؟ (کتاب سوم)

حل: جدولی به صورت مقابل رسم می کنیم. جواب ۳ حالت

حالت ما	۱	۲	۳
تعداد سکه ۱۰۰ ریالی	۲	۱	۰
تعداد سکه ۱۰ ریالی	۰	۱۰	۲۰
مجموع ارزش سکه ها	۲۰۰	۲۰۰	۲۰۰

مثال ۳: دو عدد بنویسید که حاصل ضرب آنها ۱۲ شود چند حالت وجود دارد؟ (کتاب چهارم)

حل: یک جدول به صورت مقابل آماده می کنیم.

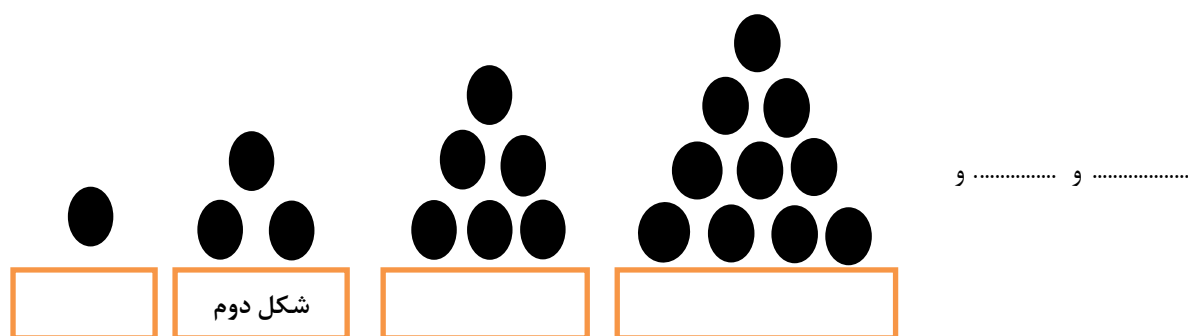
توجه: به کمک خاصیت جابجایی ضرب می توان از نصف جدول استفاده کرد.

عدد اول	۱	۲	۳	۴	۶	۱۲
عدد دوم	۱۲	۶	۴	۳	۲	۱
حاصل ضرب	۱۲	۱۲	۱۲	۱۲	۱۲	۱۲

توجه: می توان از راهبرد رسم شکل و راهبرد حذف حالت های نامطلوب نیز استفاده کرد.

در کتاب ریاضی سال چهارم ابتدایی یک فصل به الگو و الگویابی اختصاص داده شده است و مثال زیر از این کتاب انتخاب شده است. این مثال در کتاب ریاضی سال سوم دبستان هم آمده است.

مثال ۴: شکل هفتم زیر با چند دایره درست شده است.



حل: این الگو یک الگوی هندسی است و آن را به الگوی عددی تبدیل می کنیم و به جای دایره ها از تعداد آن ها در هر شکل استفاده می کنیم و می بینیم

که عدد دوم = ۲ + عدد اول و عدد سوم = ۳ + عدد دوم و عدد چهارم = ۴ + عدد سوم

بنابراین عدد هفتم = ۷ + عدد ششم پس عدد هفتم = ۲۱ + ۷ یعنی شکل هفتم از ۲۸ دایره تشکیل شده است.

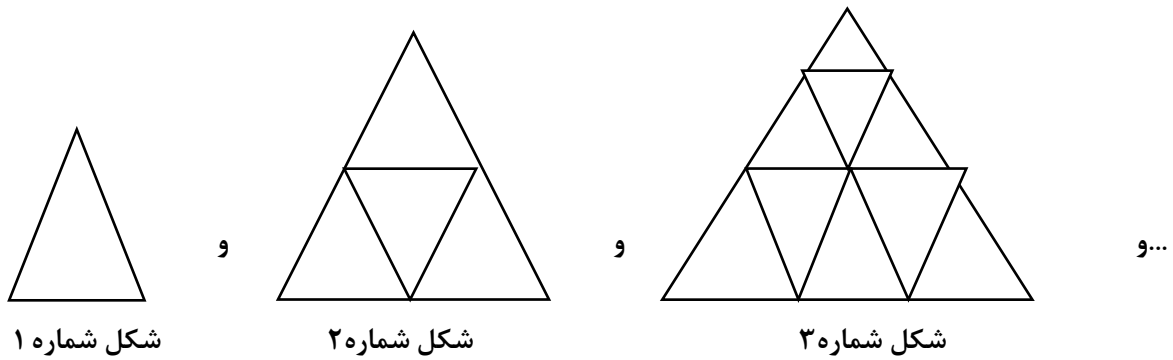
توجه: در ریاضی به این اعداد یعنی و ۲۸ و ۲۱ و ۱۵ و ۱۰ و ۶ و ۳ اعداد مثلثی می گویند زیرا که طبق شکل بالا تشکیل یک مثلث می دهند و

طبق راهبرد الگویابی می توان نشان داد که $n = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \times (n+1)}{2}$ امین عدد مثلثی یا شکل شماره n دارای $\frac{n \times (n+1)}{2}$ دایره است.

روش های دیگری برای حل این مثال در کتاب ریاضی سال چهارم دبستان آمده است.

در این مثال به جای دایره می توان مثلث متساوی الاضلاع به ضلع یک سانتی متر مانند زیر در نظر گرفت و شمارش این مثلث ها را خواست و یک سوال جدید مطرح کرد.

مثال ۵: تعداد مثلث های متساوی الاضلاع به ضلع یک سانتی متر در شکل هفتم را بیابید.



حل: و همانند مثال ۲، الگوی عددی آن را مینویسیم یعنی اعداد زیر که تعداد مثلث های کوچک را نشان می دهد.

$$\begin{array}{ccccccc}
 ۱ & و & ۴ & و & ۹ & و & ۱۶ & و & ۲۵ & و & ۳۶ & و & ۴۹ \\
 \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright \\
 +3 & & +5 & & +7 & & +9 & & & & & &
 \end{array}$$

سپس شکل دوم دارای ۴ مثلث است که حاصل جمع ۱ و ۳ است.

یعنی تعداد مثلث های شکل اول با عدد ۳ جمع شده است.

تعداد مثلث های شکل سوم برابر ۹ است که حاصل جمع دو عدد ۴ و ۵ است یعنی تعداد مثلث های شکل دوم با عدد ۵ جمع است. اگر خوب دقت کنیم یک الگو به دست آمده است که عبارت است از

هفتمین عدد فرد+تعداد مثلث های کوچک شکل ششم=تعداد مثلث های کوچک شکل هفتم

$$۴۹=۳۶+۱۱ \text{ =تعداد مثلث های کوچک شکل هفتم}$$

توجه ۱: به کمک ضرب می توان الگوی زیر را در نظر گرفت.

$$۱ \times ۱ \text{ و } ۲ \times ۲ \text{ و } ۳ \times ۳ \text{ و } ۴ \times ۴ \text{ و } ۵ \times ۵ \text{ و } ۶ \times ۶ \text{ و } ۷ \times ۷ \text{ و } \dots$$

$$\text{یعنی } ۱ \text{ و } ۴ \text{ و } ۹ \text{ و } ۱۶ \text{ و } ۲۵ \text{ و } ۳۶ \text{ و } ۴۹ \text{ و } \dots$$

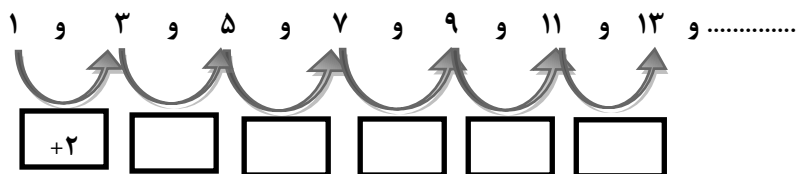
پس تعداد مثلث های کوچک شکل شماره هفتم برابر است با $۴۹=۷ \times ۷$

توجه ۲: از روی این الگو، یک الگوی دیگری برای عدد فرد بدست می آید.

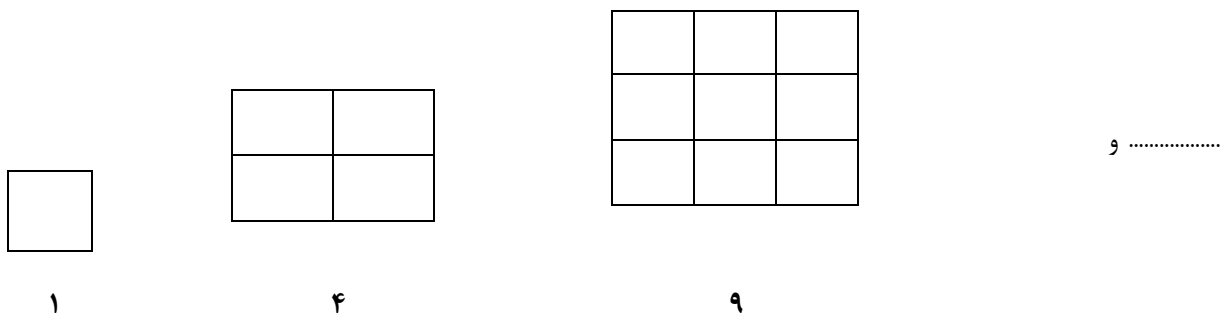
$$\begin{array}{cccccccccccc}
 ۱ & و & ۴ & و & ۹ & و & ۱۶ & و & ۲۵ & و & ۳۶ & و & ۴۹ & و & ۶۴ & و & ۸۱ & و & ۱۰۰ \\
 \hline
 \boxed{+۳} & \boxed{+۵} & \boxed{+۷} & \boxed{+۹} & \boxed{+۱۱} & \boxed{+۱۳} & \boxed{+۱۵} & \boxed{+۱۷} & \boxed{+۱۹}
 \end{array}$$



یعنی بین اعداد فرد هم الگوی زیر وجود دارد.



توجه ۳: اعداد ۱ و ۴ و ۹ و ۱۶ و ۲۵ و ۳۶ و را اعداد مربعی می نامند یعنی هر عدد در خودش ضرب شده و مربع آن عدد بدست آمده است و همچنین می توان برای اعداد مربعی الگوی هندسی زیر در نظر گرفت.



هدف شمارش مربع های به کوچک اضلاع یک واحد است.

بنابراین جمله n ام اعداد مربعی برابر است با $n^2 = n \times n$ (یعنی n به توان ۲)

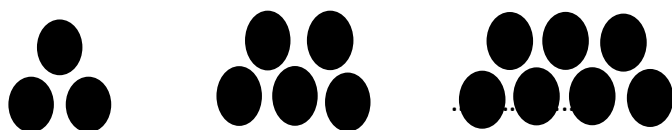
تمرین ۱: عدد شماره ۱۰ در جمله های زیر را بیابید.

..... و ۱۷ و ۱۳ و ۹ و ۵ و ۱

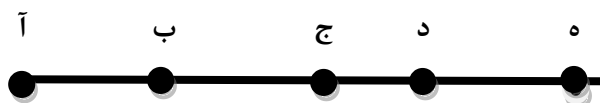
تمرین ۲: جمله دهم عددهای زیر بیابید.

..... و ۶۴ و ۱۶ و ۴ و ۱

تمرین ۳: تعداد دایره شکل هفتم زیر را بیابید.



مثال ۴: تعداد پاره خط های شکل زیر چند تا است (کتاب سال ششم)



حرف اول	اسم پاره خط	تعداد
آ	هـ آ و د آ و ج آ و ب آ	۴
ب	هـ ب و د ب و ج ب	۳
ج	هـ ج و د ج	۲
د	هـ د	۱

$$۱۰ = ۱ + ۲ + ۳ + ۴ = \text{جواب}$$

توجه: می توان از راهبرد رسم شکل و یا راهبرد الگویابی این مثال را حل کرد.

تمرین: همه عددهای دو رقمی که می توان با ارقام ۱ و ۰ و ۲ و ۶ نوشت را بنویس.

۳) راهبرد حدس و آزمایش (یا آزمایش و خطا): در این راهبرد دانش آموز پاسخ مسئله را حدس می زند و سپس از بررسی حدس خود و آزمایش (امتحان) کردن آن، حدس بعدی را با استدلال منطقی مشخص می کند. با ادامه این روند کم کم دانش آموز به پاسخ درست مسئله می رسد.

در آموزش این راهبرد ۲ نکته اهمیت دارد اول آن که دانش آموز حدس دوم به بعد را براساس نتایج بررسی حدس قبلی خود و با استدلالی منطقی تعیین می کند. دوم او باید یاد بگیرد مراحل حدس و آزمایش خود را به صورت مکتوب ارائه و استدلال خود بیان کند بطوری که دیگران قادر به درک مراحل حدس و آزمایش او شوند.

مثال ۱: در جای خالی چه عددی قرار دهیم تا تساوی برقرار شود (کتاب دوم دبستان)

$$\boxed{} + ۱۷ = ۵۱$$

حل: حدس اول عدد ۲۰ قرار می دهیم (زیرا جمع ۱۷ با عدد ۲۰ راحت می باشد) پس $۲۰ + ۱۷ = ۳۷$ نادرست است، حدس دوم عدد ۳۰ قرار می دهیم (چون اختلاف ۳۷ تا ۵۱ زیاد نیست و جمع ۳۰ با ۱۷ راحت است) پس $۳۰ + ۱۷ = ۴۷$ نادرست است. حدس سوم چون ۴۷ و ۵۱ با هم ۴ عدد فاصله دارند پس عدد ۳۴ قرار می دهیم سپس $۳۴ + ۱۷ = ۵۱$ بنابراین جواب عدد ۳۴ است (شما می توانید اعداد دیگری حدس بزنید و تعداد عددهای حدسی را کمتر یا بیشتر در نظر بگیرید) توجه، برای این مثال می توان از راهبرد تشکیل معادله (روش نمادین) استفاده کرد.

مثال ۲: در یک مزرعه روی هم ۴ تا شترمرغ و گوسفند وجود دارند. آنها روی هم ۱۴ پا دارند. در این مزرعه چند شترمرغ و چند گوسفند وجود دارد (کتاب ریاضی ششم). (دست های گوسفند هم به عنوان پا در نظر بگیرید)

حل: چون شتر مرغ ۲ پا و گوسفند ۴ پا (دست هم به عنوان پا در نظر گرفته ایم) دارد پس حدس اول ۲ شترمرغ و ۲ گوسفند در نظر می گیریم پس $۱۲ = ۲ + ۲ + ۴ + ۴ =$ تعداد پاها که نادرست است.

حدس دوم یک گوسفند به گوسفندهای حدس اول اضافه می کنیم یعنی ۳ گوسفند و یک شتر مرغ در نظر می گیریم . پس جواب در مزرعه ۳ گوسفند و یک شتر مرغ وجود دارد. (می توان حدس های دیگر در نظر گرفت)

توجه: این مسئله را می توان با رهبرد رسم شکل حل کرد.

مثال ۳: محیط یک مستطیل ۱۸ سانتی متر است و طول این مستطیل یک سانتی متر بیشتر از عرض آن است. طول و عرض مستطیل را بیابید.

حل: حدس اول عرض را ۳ سانتی متر و طول را ۴ سانتی متر در نظر می گیریم پس

$$\text{محیط مستطیل} = 2 \times (4 + 3) = 2 \times 7 = 14$$

حدس دوم: عرض را ۵ و طول را ۶ سانتی متر در نظر می گیریم یعنی در مرحله قبل نتیجه می گیریم که باید طول و عرض را بیشتر در نظر گرفت پس باید از طول و عرض کم کرد.

$$\text{محیط مستطیل} = 2 \times (6 + 5) = 2 \times 11 = 22$$

حدس سوم عرض را ۴ و طول را ۵ در نظر می گیریم

$$\text{محیط مستطیل} = 2 \times (5 + 4) = 2 \times 9 = 18$$

پس جواب طول مستطیل ۵ سانتی متر و عرض آن ۴ سانتی متر است.

توجه: می توان از راهبرد نمادین یا تشکیل معادله این مسئله را حل کرد.

تمرین: عدد طبیعی یک رقمی بیابید که اگر در خودش ضرب شود و به اندازه خودش از حاصل ضرب کم شود حاصل ۴ برابر خودش می شود؟

۴) راهبرد الگو یابی: کشف الگو و رابطه های بین داده های مسئله به حل آن کمک می کند. راهبرد الگویابی برای مسایلی که با استفاده از رابطه ها، قواعد تکرارپذیر طرح می شوند مفید است . گاهی کشف الگو همان حل مسئله است و در مواقعی پیدا کردن الگو راه را برای حل مسئله باز می کند. معمولاً الگوها فرمول هایی هستند که رابطه بین داده ها را نشان می دهند برخی از الگوها عددی و برخی الگوی هندسی و برخی الگوی عددی و هندسی هستند.

مثال ۱: در یک مسابقه فوتبال ۱۰ تیم فوتبال شرکت می کنند و در این مسابقات هر تیم فقط یک بار با بقیه تیم ها بازی می کند حساب کنید که در این مسابقه چند بازی فوتبال انجام می شود؟

تیم ها	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
تعداد بازی هر تیم	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰

حل: تیم ها را از شماره ۱ تا شماره ۱۰ شماره گذاری می کنیم توجه شود که در جدول بازی های تکراری حساب نمی شوند یعنی بازی تیم شماره ۱ با شماره ۲ یکبار حساب می شود.

$$19 \times 20 = 380 \quad \frac{380}{2} = 190 = 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = \text{تعداد کل بازی ها}$$

حالا اگر ۲۰ تیم در مسابقات شرکت می کرد تعداد کل بازی ها جمع اعداد از یک تا ۱۹ بود یعنی:

$$190 = 19 + 18 + 17 + \dots + 4 + 3 + 2 + 1 = \frac{19 \times 20}{2}$$

توجه: در این مثال می توان بجای تیم ها از افراد استفاده کرد و به جای مسابقه، دست دادن افراد به هم در نظر بگیریم یعنی در یک مهمانی ۱۰ نفر شرکت کرده اند و این ۱۰ نفر به هم دست می دهند و هر فرد با فرد دیگری یکبار دست می دهد تعداد کل دست دادن ها برابر ۴۵ است.

۵) راه برد حل مسئله ساده تر : گاهی مسئله پیچیدگی هایی دارد که نمی توان آن را به راحتی حل کرد اما وقتی مسئله را ساده می کنیم یا مسئله حل می شود یا روش حل آن ظاهر میشود . وقتی مسئله در حالت ساده تر بررسی شد . با یک الگو می توان آن را به حالت کلی تعمیم داد ساده کردن عددها و داده های یک مسئله نیز بخشی از این راهبرد است (ساده کردن عدد ها مانند تقریب زدن قسمت اعشاری) (حذف کردن و مسئله را در حالت اعداد طبیعی حل کردن و.....).

مثال ۱: قد مهران ۱۵۳ سانتی متر است ، خواهرش ۱۳ سانتی متر از او بلند تر است قد این دو نفر روی هم چقدر است؟ (یا مجموع قد این دو نفر چند سانتی متر است؟)

حل: می توان بجای عدد ۱۵۳ عدد ۱۵۰ و به جای عدد ۱۳ عدد ۱۰ قرار داد پس قد خواهر مهران برابر $150 + 10 = 160$ و مجموع این دو قد برابر است با $150 + 160 = 310$ سانتی متر است حال همین راه حل را برای ۱۵۳ و ۱۳ تعمیم می دهیم.

سانتی متر $153 + 13 = 166$ = قد خواهر مهران

سانتی متر $153 + 166 = 319$ = مجموع دو قد مهران و خواهرش

مثال ۲: کسر $\frac{1}{11}$ بزرگتر است یا کسر $\frac{1}{111}$ ؟ (کتاب ریاضی چهارم دبستان)

حل: مسئله را برای کسرهای ساده تر $\frac{1}{10}$ و $\frac{1}{100}$ همچنین $\frac{1}{5}$ و $\frac{1}{10}$ را جواب می دهیم یعنی عدد ها را کوچک تر در نظر می گیریم (منظور مخرج کسر ها) مقایسه ی $\frac{1}{10}$ و $\frac{1}{100}$ ، دو دایره مثل هم را رسم می کنیم یکی به دو قسمت و دیگری به سه قسمت تقسیم می کنیم و $\frac{1}{10}$ و $\frac{1}{100}$ این دو دایره را به ترتیب رنگ می کنیم سپس طبق شکل $\frac{1}{10} > \frac{1}{100}$

برای مقایسه ی $\frac{1}{5}$ و $\frac{1}{10}$ هم به همین صورت عمل می کنیم و طبق شکل داریم $\frac{1}{5} < \frac{1}{10}$

از این دو نمونه (دو مقایسه) نتیجه میگیریم که اگر دو کسر صورت برابر داشته باشند کسری بزرگتر است که مخرج کوچکتر داشته باشد .

حال به کمک نتیجه ای که گرفتیم مقایسه ی دو کسر $\frac{1}{11}$ و $\frac{1}{111}$ را انجام می دهیم پس $\frac{1}{11} > \frac{1}{111}$

مثال ۳: اگر علی درست وسط یک صف ایستاده و از اول صف نفر دویست و چهل و هفتم باشد. چند نفر در این صف هستند. (کتاب ریاضی سال ششم ابتدایی).

حل: مسئله را ساده تر در نظر می گیریم، فرض کنید که علی نفر پنجم یک صف باشد در این صورت چهار نفر قبل از علی و چهار نفر بعد علی در صف ایستاده اند بنابراین تعداد افراد این صف برابر است با $4+4+1=2 \times 4+1=9$

حال مسئله ی اصلی را حل میکنیم پس ۲۴۶ نفر قبل از علی ۲۴۶ نفر بعد علی در صف قرار دارند بنا بر این تعداد افراد این صف

$$246+246+1=2 \times 246+1=493$$

توجه: برای مسئله ی ساده شده می توان از رسم شکل هم کمک گرفت.

تمرین ۱: تعداد قطر های یک بیست ضلعی بیشتر است یا یک ۱۹ ضلعی ؟

تمرین ۲: مجموع زاویه های یک ده ضلعی چند درجه است؟

۶) راهبرد زیر مسئله: مسئله های پیچیده و چند هدفی معمولا از چند مسئله ی ساده تشکیل شده اند. گاهی حل یک زیر مسئله و یا تعدادی از زیر مسئله ها منجر به حل مسئله ی اصلی می شود. تشخیص زیر مسئله ها و حل آنها راهبرد مهمی برای حل مسئله های ترکیبی هستند. در آموزش این راهبرد به دو نکته باید توجه کرد اول تشخیص زیر مسئله ها دوم نوشتن مسئله های کوچک و حل آنها برای رسیدن به پاسخ نهایی مسئله.

مثال ۱: محسن ۸ سال داشت که خواهرش به دنیا آمد. حال از آن زمان ۱۰ سال گذشته است این خواهر و برادر روی هم چند سال دارند؟

حل: زیر مسئله ها الف) خواهر محسن چند سال دارد. ب) محسن چند سال دارد. ج) این دو نفر روی هم چند سال دارند. (مسئله ی اصلی)

$$10+18=28 \text{ مجموع سن محسن و خواهرش}$$

$$10=\text{سن خواهر محسن}$$

$$18+10=28 \text{ سن محسن}$$

مثال ۲: مریم ۶ سکه ی صد ریالی و ۳ سکه ی ده ریالی و ۵ سکه ی یک ریالی داشت او ۳۲۵ ریال در صندوق صدقات انداخت حالا او چند ریال پول دارد؟

حل: زیر مسئله ها: الف) مجموع سکه های ده ریالی مریم چند ریال است. ب) مجموع سکه های صد ریالی مریم چند ریال است ج) مجموع سکه های یک ریالی مریم چند ریال است. د) مجموع پول های مریم چند ریال است. ر) چند ریال برای مریم باقی مانده است.

$$5 \times 5 = 25 \text{ مجموع سکه های ۱ ریالی}$$

$$3 \times 10 = 30 \text{ مجموع سکه های ۱۰ ریالی}$$

$$6 \times 100 = 600 \text{ مجموع سکه های ۱۰۰ ریالی}$$

$$600+30+25=655 \text{ مجموع پول مریم}$$

$$655-325=330 \text{ باقی مانده پول مریم}$$

مثال ۳: فاطمه پولش را کتاب و پولش را دفتر خرید اگر برای فاطمه ۵۰۰ تومان باقی مانده باشد کل پول فاطمه چقدر بوده است؟ (کتاب ششم ابتدایی)

حل: زیر مسئله ها: الف) چه کسری از پول فاطمه خرج شده است؟ $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$ جواب

ب) چه کسری باقی مانده است؟ $\frac{1}{6}$ باقی مانده است

ج) اگر باقی مانده ی این کسر ۵۰۰۰ تومان باشد کل پول چقدر است؟ جواب طبق تناسب داریم

۵۰۰۰	۱
۳۰۰۰۰	۶

پس کل پول ۳۰۰۰۰ تومان بوده است.

توجه: مثال قبل را می توان از راهبرد رسم شکل حل کرد (فصل اول کتاب ریاضی سال ششم)

تمرین ۱: حاصل کسر $\frac{3-\frac{2}{5}}{\frac{1}{5} \times \frac{1}{11}}$ را به دست آورید؟

تمرین ۲: مفتولی (سیم نازک) را به شکل مربعی به ضلع ۸ سانتی متر در آورده ایم اگر آن را باز کنیم و به شکل یک مستطیل به عرض سه سانتی متر در آوریم طول مستطیل چند سانتی متر است؟

۷) راهبرد حذف حالت های نامطلوب: در این راهبرد ابتدا باید به خواسته های مسئله توجه کرد و سپس با بررسی تمام حالت های ممکن، حالت های نامطلوب و زاید را یکی یکی یا دسته دسته حذف کنیم تا به پاسخ اصلی مسئله نزدیک شویم.

مثال ۱: با سه رقم ۷ و ۰ و ۹ چند عدد زوج سه رقمی می توان نوشت؟

حل: در مرحله ی اول طبق جدول نظام دار همه ی عدد های سه رقمی را می نویسیم سپس آنهایی که زوج نیستند حذف می کنیم.

~~۹۰۷-۹۰۹-۹۰۰-۹۷۰-۹۷۹-۹۷۷-۹۹۹-۹۹۰-۹۹۷-۷۰۰-۷۰۷-۷۰۹-۷۷۰-۷۷۷-۷۷۹-۷۹۰-۷۹۷-۷۹۹~~

پس جواب عبارت است ۷۹۰-۷۷۰-۷۰۰-۹۹۰-۹۷۰-۹۰۰

مثال ۲: تمام عدد های طبیعی را می توان به جای مربع قرار داد تا حاصل ضرب $4 \times \dots$ از ۳۰ کوچک تر باشد را پیدا کنید (کتاب ریاضی چهارم دبستان)

حل: $30 < 4 \times \dots$

اعداد طبیعی بزرگتر از هفت را حذف می کنیم زیرا حالت های نامطلوب و زاید می باشند.

~~$9 \times 4 < 30$, $8 \times 4 < 30$, $7 \times 4 < 30$, $6 \times 4 < 30$, $5 \times 4 < 30$, $4 \times 4 < 30$, $3 \times 4 < 30$, $2 \times 4 < 30$, $1 \times 4 < 30$~~

پس جواب اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷ می باشد.

توجه ۱: برای حل این مثال می توان از روش حدس و آزمایش (راهبرد حدس و آزمایش) استفاده کرد.

توجه ۲: در راهبرد حذف حالت های نامطلوب می توان برای نوشتن همه ی حالت ها از الگو سازی کمک گرفت.

مثال ۳: بزرگترین عدد سه رقمی را بنویسید که رقم تکراری نداشته باشد و بر پانزده بخش پذیر باشد. (ریاضی ششم ابتدایی).

حل: از دستور بخش پذیر بر عدد پانزده که به صورت زیر است استفاده می کنیم و تعداد زیادی از اعداد سه رقمی را حذف می کنیم

* عددی بر پانزده بخش پذیر است که هم بر سه و هم بر پنج بخش پذیر باشد و عددی بر پنج بخش پذیر است که رقم یکان آن پنج یا صفر باشد و عددی بر سه بخش پذیر است که مجموع ارقام آن بر سه بخش پذیر باشد*

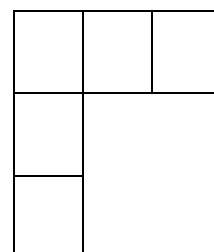
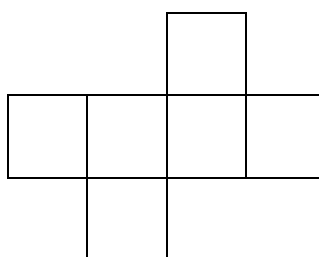
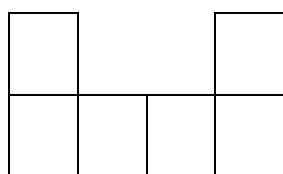
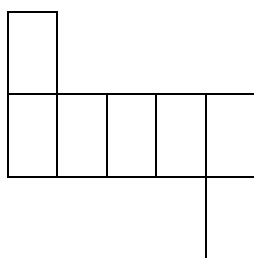
پس اعداد سه رقمی که رقم تکراری دارد و اعداد سه رقمی که رقم یکان آن صفر یا پنج نیست را حذف می کنیم.

عدد های سه رقمی کوچک تر از ۹۰۰ هم حذف می کنیم زیرا $900 = 15 \times 60$ و عدد های سه رقمی بعد از ۹۰۰ وجود دارد که بر ۱۵ بخش پذیر باشد بنابراین عدد های سه رقمی بزرگتر از ۹۰۰ می نویسیم که رقم یکان آن صفر یا پنج باشد و مجموع ارقام آن بر سه بخش پذیر باشد و ارقام آن تکراری هم نباشد و از بین آن ها بزرگترین عدد را انتخاب می کنیم **پس جواب ۹۷۵ است.** ۹۱۵-۹۳۰-۹۴۵-۹۶۰-۹۷۵-۹۹۰

توجه: می توانستیم اعداد سه رقمی بزرگتر از ۹۰۰ بنویسیم که رقم یکان آن صفر یا پنج باشد و از بین آنها، اعدادی که مجموع ارقام آن ها بر سه بخش پذیر نیست حذف کنیم.

تمرین ۱: حاصل ضرب ۳ عدد صحیح ۷۲ است؟ و مجموع این ۳ عدد ۱۴ است آن ۳ عدد را بیابید مسئله چند جواب دارد ؟

تمرین ۲: کدام یک از شکل های زیر باز شده (گسترده) یک مکعب است ؟ توضیح دهید که چرا بقیه نمی توانند پاسخ مسئله باشند یک دلیل برای هر شکل بنویسید؟ (همه ی مربع ها یک اندازه هستند)



۸) راهبرد روش های جبری و تشکیل معادله (راهبرد نمادین): مدل سازی بسیاری از مسئله ها با روش های جبری امکان پذیر است و تشکیل معادله یا معادلات مسئله را به دنیا ی ریاضی برده و آن را به یک مسئله ی جبری (ریاضی) تبدیل می کند.

مثال: علی دو دفتر و یک پاکن خرید و ۹۵۰ تومان پول داد اگر قیمت دفتر ۴۰۰ تومان باشد قیمت پاکن را پیدا کنید؟

حل: یک معادله به صورت $950 = \text{---} + 850$ می نویسیم که --- قیمت پاکن است زیرا که

$$950 = \text{قیمت یک پاکن} + \text{قیمت دو دفتر}$$

بنابراین $950 - 800 = 150$ پس قیمت پاکن ۱۵۰ تومان است.

مثال ۲: $\frac{2}{3}$ چه عددی برابر با ۱۸ است؟

حل : یک معادله به صورت $\frac{2}{3} \times \dots = 18$ می نویسیم و طرفین معادله را در سه ضرب می کنیم. پس داریم $\frac{2}{3} \times \dots = 54$ بنابراین با تقسیم دو طرف معادله بر عدد دو داریم $\dots = 27$ پس عدد خواسته شده ۲۷ است.

توجه ۱: برای حل برخی از مسائل باید از چند راهبرد به طور هم زمان استفاده کرد. این گونه مسائل در کتاب ریاضی سال چهارم دبستان در قسمت حل مسئله هر هفت فصل آمده است. در فصل ۱ راهبرد الگویابی و رسم شکل و در فصل ۲ راهبرد رسم شکل و حل مسئله ساده تر و در فصل ۳ راهبرد الگو سازی و حذف حالت های نامطلوب و در فصل ۴ راهبرد الگو سازی و زیر مسئله و در فصل ۵ راهبرد حل مسئله ساده تر و رسم شکل و در فصل ۶ راهبرد حدس و آزمایش و روش های نمادین و در فصل ۷ راهبرد حل مسئله ساده تر و حدس و آزمایش آمده است.

توجه ۲: یکی از کاربردهای حل مسئله آموزش مفاهیم ریاضی است که یکی از اهداف و رویکرد جدید آموزش ریاضی است به عنوان نمونه در راهبرد حل مسئله ساده تر مثال ۲ دیدیم که برای مقایسه دو کسر مورد استفاده قرار گرفت و نتیجه گرفتیم که اگر دو کسر با صورت برابر داشته باشیم کسری بزرگتر است که مخرج کوچکتری داشته باشد. همچنین در کتاب ریاضی سال چهارم فصل ۲ از راهبرد رسم شکل و حل مسئله ساده تر عدد مخلوط معرفی می شود.

توجه ۳: باید توجه داشت که برای حل یک مسئله می توان از راهبرد های متفاوت استفاده کرد پس باید همه ی راهبردها را یاد گرفت.

توجه ۴: راهبردهای حل مسئله به دانش آموزان نقد کردن پاسخ های دیگران را نیز آموزش می دهد.

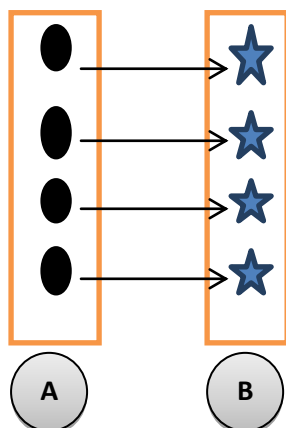
مفاهیم اعداد

اغلب کودکان قبل از ورود به مدرسه با شمارش اعداد آشنا هستند و می توانند اشیا یک دسته را بشمارند و نام اشیا داخل یک دسته (مجموعه) را ذکر کنند و کودکان با شمارش یک به یک تعداد اشیا دو مجموعه (دسته) را مقایسه می کنند و در واقع با تناظر یک به یک بین دو دسته از اشیا آشنا هستند و در بازی کودکان خود از شمارش ۱، ۲، ۳، ۴، ۵... استفاده می کنند و در مدرسه معلومات کودکان سازماندهی می شود.

اعداد مفاهیم متعددی دارند که این مفاهیم عبارتند از: ۱- عدد اصلی یک دسته (مجموعه) ۲- مفهوم اصلی عدد ۳- مفهوم مقایسه ای عدد (کمتری، برابری؛ بیشتری) ۴- مفهوم ترتیبی عدد ۵- مفهوم ترکیبی عدد ۶- مفهوم ارزش مکانی عدد

۱) عدد اصلی یک مجموعه (یک دسته): دو مجموعه (دسته) A و B را هم عدد یا هم توان نامیم هر گاه یک تناظر یک به یک بین A و B برقرار باشد

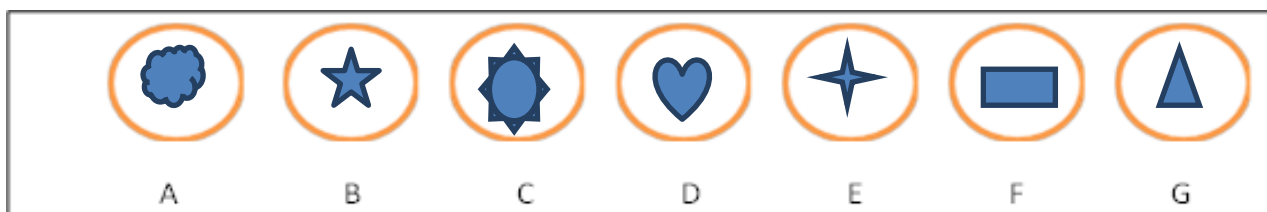
مثال: دو دسته مقابل در تناظر یک به یک هستند پس این دو دسته هم عدد یا هم توان می باشند.



در ریاضی به تمام مجموعه هایی که هم توان (هم عدد) هستند به صورت مجرد یک عدد نسبت می دهند که این عدد همان عدد اصلی این مجموعه ها است .

در مثال قبل به مجموعه A و B عدد ۴ نسبت می دهیم و ۴ عدد اصلی این دو مجموعه و تمام مجموعه های دیگری است که دارای ۴ عضو باشند (یا دارای ۴ شیئی باشند) .

(۲) **مفهوم اصلی عدد:** مفهوم اصلی عدد m آن مفهومی است که از در نظر گرفتن همه ی مجموعه های m عضوی در ذهن ایجاد می شود . همه ی مجموعه های دو عضوی مفهوم اصلی ۲ را در ذهن القا می کنند و مجموعه های زیر و نظایر آن ها مفهوم اصلی یک را بیان می کنند.



تفاوت دو مفهوم «عدد اصلی یک مجموعه» و مفهوم اصلی عدد در این است که در مفهوم اصلی یک مجموعه با دادن یا دیدن یک مجموعه ما یک عدد به نام عدد اصلی به آن مجموعه نسبت می دهیم و در مفهوم اصلی عدد وقتی که یک عدد (۳، ۲، ۱، ۰ و ...) به ما دادند در ذهن ما یک مجموعه نقش می بندد که عدد اصلی آن مجموعه ، عدد داده شده است .

(۳) **مفهوم مقایسه ای اعداد (مفهوم کمتری و مفهوم بیشتری و مفهوم برابری):** منظور از مفهوم مقایسه ای دو عدد a و b آن است که بدانیم مساوی هستند یا خیر اگر مساوی نیستند بدانیم کدام کمتر است؟ یا کدام بیشتر؟ یعنی کدام یک از سه حالت رو به رو برقرار است.

$$a > b \quad , \quad a < b \quad , \quad a = b$$

(۴) **مفهوم ترتیبی اعداد:** مفهوم ترتیبی عدد به این معنی است که قبل و بعد از آن چه عددی است مثلاً مفهوم ترتیبی سه این است که بدانیم قبل و بعد آن عدد کدام اعدادند؟ یعنی قبل از ۳ عدد ۲ و بعد از عدد ۳ عدد ۴ قرار دارد.

(۵) **مفهوم ترکیبی اعداد:** این مفهوم به این معنی است که عدد m از جمع چه اعدادی (عددهای کوچکتر از m) بدست می آید . به عبارت دیگر بدانیم m حاصل جمع چه اعدادی است مثلاً مفهوم ترکیبی عدد ۵ به صورت زیر است.

$$\text{برای دو عدد} \quad 5+0=5 \quad , \quad 4+1=5 \quad , \quad 2+3=5 \quad , \quad 3+2=5 \quad , \quad 1+4=5 \quad , \quad 0+5=5$$

$$\text{برای سه عدد} \quad 1+1+3=5 \quad \text{و} \quad 1+2+2=5 \quad \text{و} \quad 2+1+1+1=5 \quad \text{و} \quad \dots\dots\dots$$

اگر خاصیت جابه جایی دو عدد را در نظر بگیریم جمع های بالا را سریعتر پیدا می کنیم.

(۶) **مفهوم ارزش مکانی عدد :** برای اعداد دو رقمی و سه رقمی و ... که در پایه ۱۰ نوشته می شود یعنی از روی دسته بندی کردن و ساختن یکی و ده تایی و صد تایی و ... یک عدد بر حسب چند عدد دیگر (رقم دیگر) نوشته می شود.

مثال: در عدد ۱۲۱ عدد یک سمت چپ ارزش مکانی صد تایی دارد و عدد یک سمت راست ارزش یکی دارد ولی هر دو رقم سمت چپ و راست عدد ۲ یک می باشد.

توجه: چون ۱۲۱ در پایه ۱۰ نوشته می نویسیم :

$$121 = 1 \times 100 + 2 \times 10 + 1 = 1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 1 \times 10^0$$

برای این منظور است که، برای نوشتن عدد ۱۰ از صفر و یک استفاده می شود.

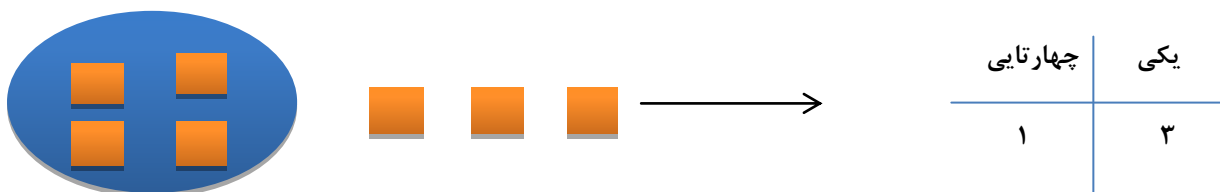
حال اگر در نوشتن اعداد از پایه دیگری مثلا ۴ استفاده کنیم برای نوشتن یک مجموعه ی ۱۷ عضوی می نویسیم : $17 = (101)_4$

$$(101)_4 = 1 \times 4^2 + 0 \times 4^1 + 1 \times 4^0 = 16 + 0 + 1 = 17$$

زیرا

$$7 = (13)_4 \quad \text{یا عدد } 7 \text{ در پایه } 4 \text{ عبارت است از:} \quad 7 = (13)_4 \quad \text{زیرا} \quad (13)_4 = 1 \times 4^1 + 3 \times 4^0 = 7$$

به عبارت دیگر یک مجموعه ۷ عضوی می توان به یک دسته چهارتایی و ۳ تا یکی تبدیل کرد.



برای مجموعه ۱۷ عضوی داریم:



نتیجه: ارزش مکانی هر عدد به پایه ی آن عدد بستگی دارد یعنی عدد را در چه پایه ای نوشته ایم . چون در دوره ی ابتدایی اعداد در پایه ی ۱۰ نوشته می شوند پس هر رقم در یک عدد دارای ارزش مکانی است که در آن مکان قرار گرفته است.

مثال: در عدد ۲۳۴۵ دو هزار و سیصد و چهل و پنج عدد ۴ ارزش ۴ تا ۱۰ تایی یعنی ۴۰ را دارد و عدد ۳ ارزش سه تا صد تایی یعنی ۳۰۰ را دارد در صورتی که اگر در این عدد در پایه ی ۶ نوشته شده باشد یعنی $(2345)_6$ آنگاه عدد چهار ارزش ۴ تا شش تایی دارد (یعنی ۲۴) و عدد ۳ ارزش ۳ تا شصت تایی دارد.

آموزش عدد و مفاهیم آن در دوره ابتدایی مهم است.

آموزش عدد و مفاهیم آن: برای آموزش اعداد و مفاهیم اعداد از تناظر یک به یک استفاده می کنیم . یعنی بین دسته هایی از اعداد (مجموعه هایی از اعداد) تناظر یک به یک برقرار می کنیم و به کمک تناظر یک به یک عدد و مفاهیم آن را آموزش می دهیم.

در کتاب ریاضی پایه اول ابتدایی از صفحه ی ۱ تا صفحه ی ۴۴ به کمک شمارش شکل های مثل هم و تناظر یک به یک و شمارش انگشتان دست و کشیدن شکل و یافتن دسته ای از اشکال که دارای الگوی خاصی هستند و رنگ آمیزی به تعداد شکل های موجود و رسم چوب خط به تعداد شکل های مورد نظر خواسته شده و گفتن داستان برای تصویر ها (یعنی ۴۴ صفحه) به آموزش مفهوم مقایسه ای اعداد و مفهوم اصلی عدد و مفهوم جمع و تفریق پرداخته می شود . و در صفحه ۴۵ نماد عدد یک معرفی می گردد و تا صفحه ۶۴ اعداد ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ معرفی می گردد و اعداد ۷ و ۸ و ۹ در صفحات (به ترتیب) ۶۷ و ۶۹ و ۷۴ و ۸۱ معرفی میگردد و بعد از تدریس و معرفی ۰ تا ۹ مفهوم ترکیبی اعداد نیز تدریس می گردد.

برای آموزش اعداد ۱۰ و ۲۰ و ۹۰ از اشیاء ملموس (دست ورزها و چینه ها و ...) و تناظر یک به یک بین دسته های از این اشیاء و استفاده از کتاب و اشکال های کتاب و استفاده از خود دانش آموزان به صورت فعال (انجام کارها توسط دانش آموزان) کمک گرفته می شود. داستان سازی توسط دانش آموزان به آموزش کمک می کند.

توجه: ذکر مفاهیم اعداد در کلاس درس الزامی نیست ولی معلم باید این مفاهیم را طبق برنامه تدوین شده در صفحات کمک به دانش آموزان آموزش دهد و همچنین مفهوم عدد اصلی یک مجموعه و مفهوم ترکیبی اعداد را تشخیص دهد.

چند نمونه تدریس برای آموزش اعداد و برخی از مفاهیم اعداد:

نمونه ۱: آموزش عدد ۲ (صفحه ۴۷) معلم می تواند تعدادی مداد رنگی به رنگ های متفاوت مثلا ۱۲ رنگ که از هر رنگ فقط دو مداد رنگی وجود دارد را سر کلاس درس بیاورد و از ۱۲ دانش آموز بخواهد که هر دانش آموز یک رنگ از مداد رنگی را برای خود انتخاب کند و مداد رنگی از همان رنگ را در بین مداد رنگی ها پیدا کند وقتی هر دوازده نفر مداد رنگی مورد نظر خود را پیدا کردند از آن ها می خواهد هر دانش آموز مداد هایی را که انتخاب کرده است به دیگر دانش آموزان کلاس نشان دهد و تعداد آن مداد رنگی انتخاب شده را به زبان بیاورد . می بینید که همه ی این دوازده نفر عدد ۲ را به زبان می آورند و سپس با مراجعه به کتاب (صفحه ۴۷) عدد ۲ را به دانش آموزان معرفی کند و روش نوشتن ۲ را طبق کتاب روی تخته بنویسد .

توجه: در این روش دانش آموز با مفهوم عدد ۲ (هم مفهوم عدد اصلی ۲ و هم مفهوم اصلی ۲) آشنا می شوند. (به تصاویر صفحه ۴۷ توجه شود ۲ عدد چشم ، گوش پا آمده است و می توان آن را در بدن انسان دید) برای آموزش دیگر اعداد می توان به طریق مشابه عمل کرد بجای مداد رنگی می توان از اشیاء دیگری کمک گرفت.

توجه: آموزش عدد صفر با بقیه فرق دارد در صفحه ۶۲ به روش برداشتن و کم شدن اشیاء تدریس می شود.

نمونه ۲: آموزش مفهوم ترکیبی اعداد (صفحه ۸۷ و ۹۰) عدد ۵ را انتخاب می کنیم. تعدادی لوبیای قرمز و سفید (۱۰۰ لوبیای قرمز و ۱۰۰ لوبیای سفید) را در یک کیسه (ظرف که قابل دیدن باشد) قرار می دهیم و از دانش آموزان می خواهیم که هر دانش آموز ۵ عدد لوبیا از داخل کیسه بیرون آورند از آن ها می خواهیم که معین کنند چند تا از لوبیا های آن ها قرمز و چند تا سفید است و تعداد لوبیا های قرمز و سفید هر دانش آموز را به صورت زیر یادداشت می کنیم و برای هر دانش آموز یک جمع می نویسیم. تکرار ی ها را یکبار می نویسیم.

تعداد لو بیای قرمز	۰	۱	۲	۳	۴	۵
تعداد لو بیای سفید	۵	۴	۳	۲	۱	۰

$$۵+۰=۵ \quad \text{و} \quad ۰+۵=۵$$

$$۴+۱=۵ \quad \text{و} \quad ۱+۴=۵$$

$$۲+۳=۵ \quad \text{و} \quad ۳+۲=۵$$

یعنی تمام ترکیبات دوتایی که حاصل آن ها ۵ می شود را می نویسیم به این صورت دانش آموزان با مفهوم ترکیبی عدد ۵ آشنا می شوند.

نمونه ۳: آموزش مفهوم مقایسه ای اعداد (صفحه ۷۹، ۸۰، ۷۳) و نماد های $<$ $=$ $>$ بیشتری و برابری و کمتری .

در صفحه ۷۳ و ۷۵ نماد تساوی $=$ در صفحه ۷۹ نماد کمتری $<$ و در صفحه ۸۰ نماد بیشتری $>$ تدریس می گردد.

معلم می تواند تعدادی مداد تراش یا تعدادی مداد برای تدریس آماده کند و تعدادی از مدادها را در یک ظرف و تعداد دیگری را در ظرف دیگری قرار دهد و این دو ظرف را روی میز طوری قرار دهد که همه ی دانش آموزان این دو ظرف و مدادها (مداد تراش ها) را ببینند . و از تعدادی از دانش آموزان می خواهد که معلوم کنند کدام ظرف مداد کمتری (یا بیشتری) دارد و تعداد مداد های این دو ظرف را روی تخته نوشته و نماد مناسب کمتری (بیشتری) بین آن دو عدد قرار دهد و مدادهای ظرف ها را عوض کند تا هر سه نماد $<$ $=$ $>$ و $<$ نوشته شود.

نمونه ۴: آموزش مفهوم ترتیبی اعداد (صفحه ۱۲۴ و ۱۰۸). معلم می تواند تعداد کارت که روی آن ها اعداد ۱ تا ۱۰ (یا بیشتر) و روی هر کارت یک عدد نوشته شده است را برای تدریس آماده کند و از دانش آموزان می خواهد که با آمدن کنار تخته آن ها را از کوچک به بزرگ یا از بزرگ به کوچک (قرار دادن روی لبه ی تخته) و یا اینکه معلم خودش یک کارت را در کنار تخته قرار دهد و از دانش آموزان بخواهد که اعداد قبل و بعد از آن عدد را یافته و قبل و بعد از آن کارت قرار دهند در این نمونه تدریس دانش آموز با مفهوم ترتیبی عدد آشنا می شوند .

برای آموزش اعداد دو رقمی و سه رقمی نیاز به دسته بندی اشیا به دسته های ده تایی و صد تایی و یکی است و دانش آموزان با دسته بندی و قرار دادن تعداد دسته ها در جدول مقابل **لقاعداد دو رقمی و سه رقمی آشنا می گردند.**

صدتایی	ده تایی	یکی

توجه: برای عدد دو رقمی نیازی به جدول صد تایی نیست.

توجه: در صفحه ۸۸ کتاب ریاضی پایه ی اول ابتدایی بدون استفاده از جدول ارزش مکانی عدد ۱۰ معرفی شده است. نوشتن عدد های دو رقمی به حروف از صفحه ۱۵۸ شروع می شود البته در صفحه ۱۵۴ عدد دو رقمی مضرب ۱۰ به حروف نوشته شده است.

نمونه ۵: آموزش اعداد ۱۱ و ۱۲ و ۱۳ و ... و ۱۹ (صفحه ۱۰۷ و ۱۰۸ کتاب ریاضی پایه اول ابتدایی):

تعدادی مداد (یا مداد تراش یا هر شی دیگر) را به کلاس درس می آوریم و بین چند دانش آموز تقسیم می کنیم (توزیع می کنیم) بطوریکه به هر دانش آموز حداقل ۱۱ مداد و حداکثر ۱۹ مداد رسیده باشد و از این دانش آموزان می خواهیم که هر کس مداد های دریافتی را به دسته ۱۰ تایی تبدیل کنند و سپس از آن ها می خواهیم که این دسته بندی را روی تخته در جدول زیر قرار دهند.

یکی	ده تایی	یکی	ده تایی	یکی	ده تایی	یکی	ده تایی
۱	۱	۳	۱	۲	۱	۹	۱

در نهایت از آن ها می خواهیم که اعداد مربوطه به هر جدول را کنار آن بنویسید و بخوانند.

و با مراجعه به کتاب صفحه ۱۰۷ و ۱۰۸ از دانش آموزان می خواهیم که به کمک چوب خط ، شکل ها را دسته بندی کنند و در جدول قرار داده و عدد مربوط به آن را کنار جدول بنویسند.

برای اطمینان از یادگیری از دانش آموزان می خواهیم که اعداد صفر تا ۱۹ را روی محور اعداد نشان دهند.

توجه: برای دانش آموزان باقی اعداد دو رقمی مراحل تدریس را به صورت زیر ادامه می دهیم.

(۱) با دسته بندی اعداد ۱۰، ۲۰، ۳۰، ۴۰، ۵۰، ۶۰، ۷۰، ۸۰، ۹۰ معرفی می کنیم (الگویابی ۱۰ تایی ها)

(۲) به کمک الگویابی و درست کردن (ساختن) دسته های ۱۰ تایی (صفحه ۱۳۵) اعداد دو رقمی که یکان آن ها ۴ یا ۷ یا ۸ می باشد معرفی می کنیم مثلاً ۹۴-۸۴-۷۴-۶۴-۵۴-۴۴-۳۴-۲۴-۱۴

(۳) معرفی اعداد دو رقمی از ۲۰ تا ۹۹ به ترتیب.

نمونه ۶: معرفی عدد ۱۰۰ (صفحه ۱۷۱ ریاضی پایه اول ابتدایی) ۹ بسته ۱۰ تایی درست می کنیم و یک بسته ۱۰ تایی دیگر به آن اضافه می کنیم تا ۱۰ بسته ده تایی به دست آید به ۱۰ بسته ده تایی یک بسته صد تایی می نامیم و جدول یکی و ده تایی و صد تایی برای یک بسته صد تایی کامل می کنیم و عدد بدست آمده را ۱۰۰ می نامیم.

توجه: نوشتن اعداد دو رقمی با حروف در کتاب ریاضی پایه دوم تکرار می گردد (فصل اول کتاب ریاضی پایه دوم) و همچنین اعداد دو رقمی که رقم یکان و دهگان آن رقم خاصی باشد باید مورد توجه قرار گیرد.

تمرین:

(۱) با رقم های ۳ و ۵ هر چند می توانید عدد دو رقمی بنویسید.

(۲) عدد دو رقمی بنویسید که یکان آن ۴ و رقم دهگان آن ۷۸ باشد (با عدد و حروف بنویسید).

(۳) یک عدد دو رقمی بنویسید که رقم یکان آن ۴ و رقم دهگان آن ۳ تا بیشتر از رقم یکان باشد.

توجه: شمارش اعداد چند تا چند مورد توجه قرار گیرد (در کتاب ریاضی پایه دوم ابتدایی).

(۴) در شمارش ۸ تا ۸ تا عدد بعد از ۲۴ را پیدا کنید. و ۲۴ و ۱۶ و ۸

آموزش اعداد سه رقمی : در مرحله اول به کمک دسته بندی (درست کردن بسته های صدتایی) به معرفی

۱۰۰ و ۲۰۰ و ۳۰۰ و ۴۰۰ و ۵۰۰ و ۶۰۰ و ۷۰۰ و ۸۰۰ و ۹۰۰ می پردازیم. (صفحه ۵۹ ریاضی پایه دوم) می توان از پول هم کمک گرفت . برای بسته صدتایی یک مربع که از صد قسمت تشکیل شده است استفاده می کنیم.

در مرحله دوم با استفاده از جدول ارزش مکانی یکان دهگان صدگان به معرفی اعداد سه رقمی می پردازیم . ساختن دسته های صد تایی و ده تایی و استفاده از سکه ۱۰۰ ریالی و ۱۰ ریالی و یک ریالی..

توجه: ترتیب نوشتن اعداد سه رقمی به عدد و حروف مورد توجه قرار گیرد.

مثال ۱: از عدد ۱۰۳ تا ۱۲۳ با عدد و حروف بنویسید .

حل: ۱۰۳ - ۱۰۴ - ۱۰۵ - ۱۰۶ - ۱۰۷ - ۱۰۸ - ۱۰۹ - - ۱۲۳

صد و بیست و سه - - صد و هفت - صد و شش - صد و پنج - صد و چهار - صد و سه

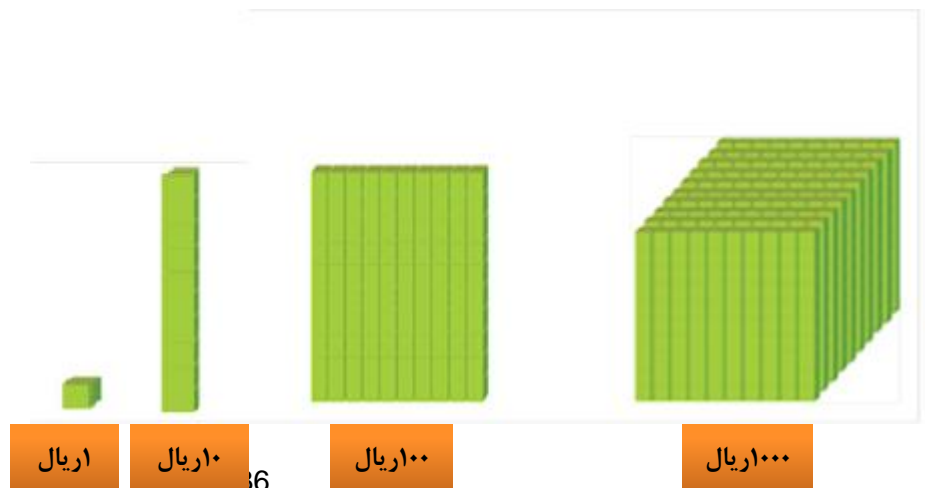
مثال ۲: از ۲۳۰ تا ۳۳۰ ده تا ده تا بنویسید .

حل: ۲۳۰ - ۲۴۰ - ۲۵۰ - - ۳۳۰

آموزش عدد های چهار رقمی و معرفی هزار : در کتاب ریاضی پایه سوم ابتدایی فصل ۲ در یک فعالیت با طرح یک مسئله کاربردی (کارخانه مواد غذایی) دانش آموزان باید ۱۰ بسته صدتایی را شمارش کنند (قرار دادن ۱۰ جعبه در یک کارتن که در هر جعبه ۱۰ بسته کلوچه قرار دارد و در هر بسته هم ۱۰ کلوچه بسته بندی شده است) و در مسئله دیگر به کمک سکه ها یعنی ۱۰ سکه ۱۰۰ ریالی را باید حساب کند که چند ریال می شود و به این صورت با عدد ۱۰۰۰ آشنا می شود . یعنی می تواند بگوید که در کانتن ۱۰۰۰ کلوچه قرار دارد و ۱۰ سکه ۱۰۰ ریالی برابر ۱۰۰۰ ریال است . معلم می تواند از این دو مسئله ایده بگیرد و با آوردن چند سکه ۱۰۰ ریالی عدد ۱۰۰۰ را به دانش آموزان معرفی کند و همانطور که برای یکی، یک مربع کوچک و برای ۱۰ تایی ده مربع کوچک به صورت



و برای صدتایی یک مربع 10×10 از مربع کوچک (یعنی قرار دادن ۱۰ تا بسته ۱۰ تایی) می توان برای هزار تایی از یک مکعب (یعنی قرار دادن ۱۰ تا مربع که همان ده تا صدتایی است) استفاده کرد.



به کمک مکعب یا سکه هزار ریالی میتوان اعدادی که مضارب هزار هستند را معرفی کرد مانند:

۹۰۰۰ - ۸۰۰۰ - ۷۰۰۰ - ۶۰۰۰ - ۵۰۰۰ - ۴۰۰۰ - ۳۰۰۰ - ۲۰۰۰ - ۱۰۰۰

برای آموزش باقی عدد های چهار رقمی از جدول مقابل استفاده می کنیم .

یکان	دهگان	صدگان	هزارگان

توجه: هر کاری که با عدد های دو رقمی و سه رقمی کردیم می توان با اعداد چهار رقمی انجام داد مانند شمارش چند تا چند تا و نوشتن اعداد چهار رقمی که رقم های یکان و دهگان آن شرایط خاص داشته باشد و نوشتن اعداد چهار رقمی از عدد ۱۱۰۰ تا ۱۲۰۰ یا هر مدل دیگر .

در کتاب ریاضی سال چهارم ابتدایی به کمک جدول یکی و ده تایی و صدتایی و هزار تایی ده هزارتایی و صد هزارتایی اعداد پنج و شش رقمی معرفی میگردد. (و سپس عدد میلیون یعنی ۱۰۰۰۰۰۰ معرفی می گردد برای معرفی اعداد بزرگتر از چهار رقمی و کمتر از نه رقمی از سه دسته جدول ارزش مکانی یکی (یکان و دهگان و صدگان) و هزار (یکان و دهگان و صدگان) و میلیون (یکان و دهگان و صدگان) مانند مقابل استفاده می کنیم . یعنی برای دسته هزار از یکان هزار و دهگان هزار و صدگان هزار استفاده می کنیم و دسته میلیون شامل یکان میلیون و دهگان میلیون و صدگان میلیون است « صفحه ۱۷ ریاضی چهارم».

یکی ها			هزارها			میلیون ها		
ی	د	ص	ی	د	ص	ی	د	ص

جمع

جمع از چهار عملی اصلی حساب (ریاضی دوره ابتدایی) است دانش آموزان جمع را بعد از آموزش اعداد می آموزند هر چند که اکثر دانش آموزان قبل از مدرسه با مفهوم اضافه شدن که یکی از مفاهیم جمع است سروکار داشته اند و آن را تجربه (در بازی کودکانه) کرده اند. عمل جمع کردن در اعمال دیگر ریاضی مورد استفاده است مثلاً در ضرب اعداد چند رقمی، جمع مورد استفاده است. برای آموزش جمع در ابتدا باید با مفاهیم جمع آشنا شد. اگر دانش آموزان مفاهیم جمع را یاد بگیرند به راحتی می توانند مهارت جمع کردن و کاربرد آن در ریاضیات به خصوص کاربرد جمع در زندگی و اقتصاد را ببینند و بکار گیرند.

مفاهیم جمع: جمع دارای ۵ مفهوم است این مفاهیم عبارتند از : ۱- مفهوم افزایشی جمع ۲- مفهوم افزایی جمع ۳- مفهوم ترکیبی (اجزائی) جمع ۴- مفهوم جمع براساس اجتماع در مجموعه جدا از هم ۵- جمع به عنوان ماشین جمع

(۱) **مفهوم افزایش جمع:** به مسئله زیر توجه فرمائید.

علی ۱۰ مداد داشت ۳ مداد هم پدرش به او داد حالا علی چند مداد دارد؟ $۱۰+۳=۱۳$ مداد

این مسئله و مسائلی نظیر آن مفهوم افزایشی جمع را در بردارد، به این معنا که مجموعه ای از داده ها موجود است و اعضای آن مجموعه دیگر به آن اضافه می شود.

مثال: ۳ پرند روی شاخه های یک درخت نشسته اند ۲ پرنده دیگر آمدند و روی این درخت نشستند حالا چند پرنده روی درخت نشسته است؟

(۲) مفهوم افزایی جمع: در یک مجموعه از اشیاء از یک جنس ولی با دو مدل (نوع) متفاوت (مانند دو رنگ متفاوت، سالم و خراب- دختر و پسر، کوتاه و بلند، کوچک و بزرگ، زن و مرد، جوجه و مرغ، مرغ و خروس و ...) وجود دارد و برای عدد اصلی این مجموعه دو جمع متناظر نوشته می شود که چون مجموعه را به دو زیر مجموعه جدا از هم تبدیل می کند به این مفهوم از جمع را مفهوم افزایی جمع می گوئیم.

مثال: در یک ظرف ۳ مداد قرمز و ۲ مداد آبی قرار دارد. در این ظرف روی هم چند مداد قرار دارد.

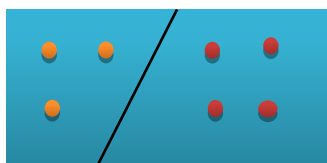
پس ۵ مداد در ظرف قرار دارد.



$$۲+۳=۵$$

$$۲+۳=۵$$

مثال : برای شکل زیر دو جمع بنویسید.



$$۳+۴=۷$$

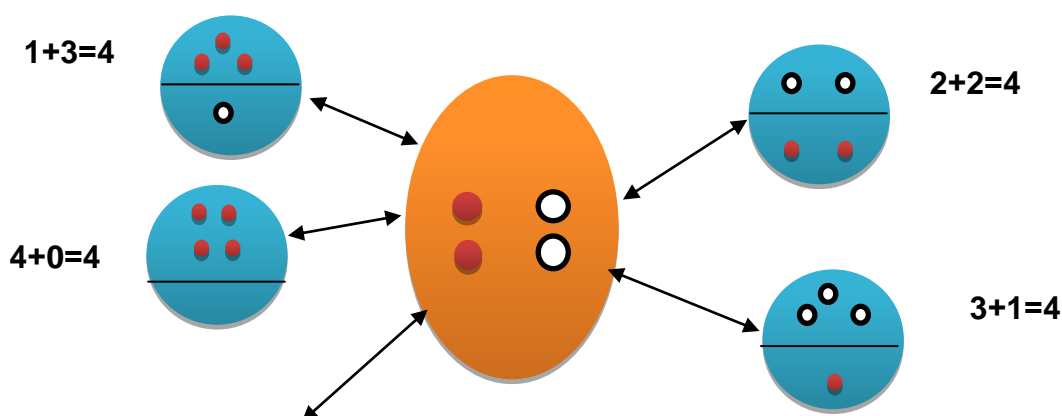
$$۴+۳=۷$$

توجه ۱: ممکن است اعضای یک مجموعه (اشیاء یک مجموعه) همه مثال هم باشند و به دو زیر مجموعه جدا از هم تفکیک شده باشند در این صورت مفهوم افزایی جمع در آن بکار می رود زیر شرط افزای یعنی تفکیک آن به دو زیر مجموعه جدا از هم رعایت شده است.

توجه ۲: از این مفهوم برای خاصیت جابجایی جمع و تدریس این خاصیت استفاده می گردد.

(۳) مفهوم ترکیبی (اجزائی) جمع: افزای یک مجموعه به چندین زیر مجموعه جدا از هم ما را به یکی دیگر از مفاهیم جمع به نام مفهوم ترکیبی (اجزائی) جمع رساند و برای عدد اصلی این مجموعه چندین جمع نوشته می شود . و حاصل همه این جمع ها، عدد اصلی (آن مجموعه) تعداد اعضای آن است.

مثال : (بازی و ریاضی) تعدادی (حدود ۲۰۰ لوبیا ۱۰۰ سفید و ۱۰۰ لوبیای قرمز) در یک کیسه می ریزیم و آن را خوب به هم می زنیم و از دانش آموزان می خواهیم که هر یک ۴ لوبیا (با چشمان بسته) از داخل این کیسه بردارند و سپس لوبیایی که در اختیار دارند را به دیگران نشان می دهند. در این صورت ترکیب لوبیا ها بر حسب سفید و قرمز این دانش آموزان به صورت زیر خواهد بود. ۱- هر چهار لوبیا سفید ۲- هر چهار لوبیا قرمز ۳- دو لوبیا سفید و دو لوبیا قرمز ۴- یک لوبیا سفید و سه لوبیا قرمز ۵- سه لوبیا سفید و یک لوبیا قرمز، یعنی نمودار زیر



$$0+4=4$$



یعنی برای عدد ۴ می توان پنج جمع نوشت. این نوع جمع، همان مفهوم اجزایی یا ترکیبی جمع می نمایم. این مفهوم ترکیبی عدد ۴ را نشان می دهد و عدد ۴ را از روی اعداد کوچکتر از ۴ شناسایی می کنیم. با این مفهوم مهارت جمع کردن دانش آموزان افزایش می یابد.

در کتاب ریاضی سال اول دبستان صفحات ۸۷ و ۹۰ از مفهوم ترکیبی «اجزایی» استفاده شده است.

(۴) مفهوم جمع براساس دو مجموعه جدا از هم: در این مفهوم اشیاء دو مجموعه جدا از هم را روی هم می ریزیم و دو جمع برای تعداد کل اشیاء می نویسم.

مثال: رضا در یک دستش ۳ مداد و در دست دیگری ۴ مداد دارد، رضا روی هم چند مداد دارد؟

هر دست رضا را یک مجموعه در نظر می گیریم پس دو مجموعه جدا از هم داریم و دو جمع $۳+۴=۷$ و $۴+۳=۷$ می نویسیم.

توجه: در مرحله اول تدریس برای این مفهوم (مفهوم جمع براساس دو مجموعه جدا از هم) از اشیاء مثل هم استفاده می کنیم سپس در مرحله بعد می توان از اشیاء متفاوت کمک گرفت.

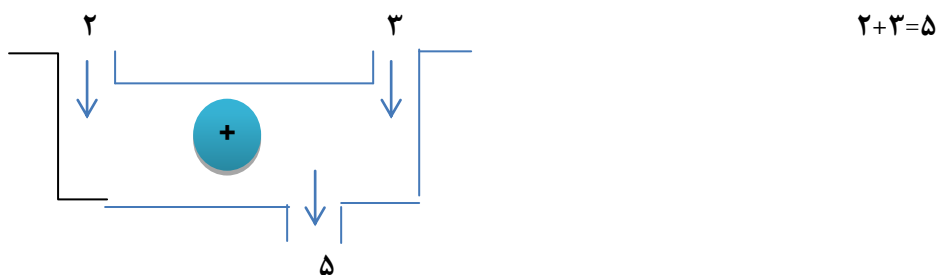
مثال: ۳ انگشت از دست راست و ۲ انگشت از دست چپ معلم باز است چند انگشت از دست های معلم باز است.

$$۳+۲=۵ \text{ و } ۲+۳=۵$$

مثال: حسن ۴ دفتر در کیفش دارد و ۳ دفتر هم در خانه دارد، او روی هم چند دفتر دارد.

$$۴+۳=۷ \text{ و } ۳+۴=۷$$

(۵) جمع به عنوان ماشین جمع: مانند ماشین حساب کامپیوتر، جمع را به عنوان یک ماشین در نظر می گیریم که دارای دو ورودی و یک خروجی است. دو عدد در آن وارد می شود و حاصل جمع آن دو عدد از آن ماشین خروج می گردد.



خواص جمع: یک مجموعه از اعداد در نظر می گیریم و جمع روی این مجموعه به عنوان یک عمل در نظر می گیریم که روی هر دو عدد از این مجموعه اثر می کند و حاصل جمع این دو عدد را می دهد. (مثلاً مجموعه اعداد حسابی را در نظر می گیریم).

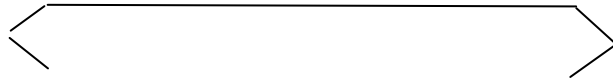
در این صورت جمع دارای خواص زیر است.

(۱) جمع خاصیت جابجایی دارد. $a + b = b + a$

(۲) جمع خاصیت شرکت پذیری دارد $(a + b) + c = a + (b + c)$

(۳) بی اثر بودن صفر در عمل جمع $o + a = a, a + 0 = a$

(۴) بسته بودن جمع روی مجموعه اعداد حسابی یعنی حاصل هر دو عدد حسابی یک عدد حسابی است و می گوئیم که مجموعه اعداد حسابی نسبت به عمل جمع بسته است.



آموزش جمع: برای آموزش جمع باید انواع جمع را خوب بشناسیم و هر یک جداگانه آموزش دهیم: انواع جمع عبارتند از: ۱- جمع های اساسی
۲- جمع عدد چند رقمی با عدد چند رقمی بدون انتقال ۳- جمع عدد چند رقمی با عدد چند رقمی با انتقال "

(۱) جمع های اساسی: جمع های که هر دو جمله جمع یک رقمی باشد جمع های اساسی می نامیم . تعداد جمع های اساسی ۱۰۰ می باشد و جمع های اساسی بر دو نوع می باشند. الف) جمع اساسی نوع اول ب) جمع اساسی نوع دوم

الف) جمع های اساسی نوع اول: به جمع های گفته می شود که حاصل جمع آن حداکثر ۱۰ باشد که تعداد آنها ۶۴ جمع می باشد. مانند

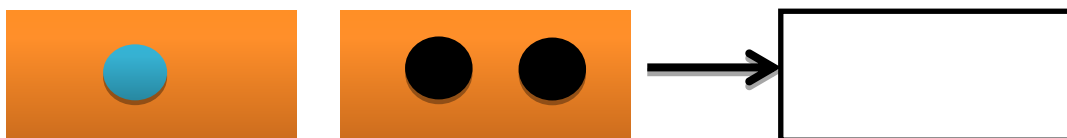
$$۳+۵=۸ \text{ و } ۵+۵=۱۰ \text{ و } ۴+۵=۹ \text{ و } ۳+۳=۶ \text{ و }$$

ب) جمع های اساسی نوع دوم: به جمع های گفته می شود که حاصل جمع آنها ۱۱ و ۱۲ و ۱۳ و ... و ۱۸ باشد. مانند $۴+۷=۱۱$ و $۲+۹=۱۱$ و $۹+۶=۱۵$ و $۹+۹=۱۸$ و تعداد جمع های اساسی نوع دوم ۳۶ جمع می باشد.

در کتاب ریاضی سال اول ابتدایی جمع های اساسی نوع اول تدریس می گردد . و در پایان کتاب ریاضی اول ابتدایی از صفحه ۱۱۰ به بعد جمع های اساسی نوع دوم تدریس می گردد.

برای تدریس جمع های اساسی نوع اول در صفحه ۳۰ و ۳۷ و ۶۱ کتاب ریاضی سال اول ابتدایی از مفهوم جمع براساس دو مجموعه جدا از هم استفاده می شود و با استفاده از اشیاء و اشکال و خود دانش آموزان بدون استفاده از نماد جمع، این نوع جمع تدریس می گردد و سپس در صفحه ۶۵ و ۶۶ به کمک انگشتان و چوب خط و شمارش انگشتان و شمارش چوب خط حاصل جمع به دست می آید . نماد در جمع (+) در صفحه ۸۶ و ۸۷ در جمع سطری معرفی می گردد و در صفحات ۶۵ و ۶۸ و ۸۷ از مفهوم افزایشی برای تدریس جمع استفاده می شود البته در صفحه ۸۷ مفهوم ترکیبی (اجزائی) جمع هم بکار می رود در تدریس جمع باید از دانش آموزان به صورت فعال استفاده شود یعنی دانش آموزان زیر نظر معلم فعالیت کنند.

نمونه تدریس صفحه ۳۰ کتاب ریاضی سال اول: تعدادی شکل در دو مجموعه جدا از هم کشیده شده است . مثلاً توپ های هم شکل و هم اندازه و از دانش آموزان می خواهیم که با چوب خط شکل های سمت چپ و راست با هم چند تا است.



و دانش آموز با شمارش و رسم چوب خط در محل مشخص شده جواب می دهد.

در صفحه ۳۰ پنج مدل شکل آمده است. معلم می تواند با اشیاء ملموس مانند، مداد، مداد تراش، گردونی و دیگر وسایل مانند نمونه صفحه ۳۰ در کلاس درس عمل کند و از دانش آموز می خواهد که به تعداد این اجسام روی تخته چوب خط بکشد و آن را شمارش کند و به زبان بیاورد. سپس به کتاب مراجعه کرده و صفحه ۳۰ را کامل کند.

در صفحه ۳۷ با استفاده از رنگ آمیزی و مفهوم جمع براساس دو مجموعه جدا از هم به تعداد چینه های سبز و قرمز، چینه روی هم قرار می دهد و آن ها را مانند نمونه استفاده شده رنگ می کند.

در صفحه ۶۱ به کمک انگشتان دست (باز و بسته کردن انگشتان) به کمک مفهوم جمع براساس دو مجموعه جدا از هم، جمع تدریس می گردد و دانش آموز با مفهوم جمع آشنا می گردد. در صفحه ۶۵ به تعداد انگشتان چوب خط کشیده می شود و دانش آموز با مفهوم جمع آشنا می گردد. در این صفحه از مفهوم ترکیبی جمع استفاده می شود.

نتیجه: تدریس جمع با تدریس مفاهیم جمع برای جمع های اساسی نوع اول و با استفاده از اشیاء ملموس و اشکال و چوب خط و کار با انگشتان و شمارش آنها آغاز می گردد. سپس به کتاب مراجعه کرده و دانش آموزان کتاب را با راهنمایی معلم کامل می کنند.

سوال: آیا آموزش و مفهوم جمع بعد از آموزش اعداد صورت می گیرد؟ جواب: آموزش مفهوم جمع بعد از شمارش اعداد یک تا پنج و قبل از معرفی نماد ۱ تا ۵ آغاز می گردد.

دانش آموزان با رنگ آمیزی در کتاب، صفحه ۹۵ و ۸۸ حاصل جمع ها را می یابند و در صفحه ۹۰ اعدادی را پیدا می کنند که مجموع آن ها اعداد ۷ و ۹ و ۱۰ می باشند یعنی با مفهوم جمعی و ترکیبی اعداد ۷ و ۹ و ۱۰ کار می کنند. مجموع سه عدد کوچک یک رقمی در صفحه ۹۷ و جمع چهار عدد کوچک در صفحات ۱۱۴ و ۱۱۵ و ۱۱۶ انجام می دهند. در صفحه ۱۱۹ از محور اعداد کمک گرفته و حاصل جمع دو عدد را می یابند. در صفحه ۱۲۳ به کمک چوب خط، جمع اساسی نوع دوم و در صفحه ۱۲۶ به کمک شمارش جمع اساسی نوع دوم تکرار می گردد و جمع اساسی نوع دوم در صفحات ۱۶۷ و ۱۶۸ در حل مسأله ادامه پیدا می کند. (در این صفحات مراحل جمع توسط دانش آموز انجام می شود).

۲) جمع دو عدد چند رقمی بدون انتقال

الف) جمع دو عدد دو رقمی: برای این که دانش آموزان بتوانند با جمع دو عدد دو رقمی و چند رقمی آشنا شوند نیاز به زمینه سازی است. برای زمینه سازی باید مراحل زیر تدریس شود.

۱- جمع مضارب ۱۰ به کمک شمارش دسته های ده تایی

۲- الگو گرفتن از جمع $۳+۲=۵$ برای $۳۰+۲۰=۵۰$ (کتاب ریاضی اول ابتدایی صفحه ۲۱)

۳- جمع ذهنی مانند $۳۰=۱۰+۱۰+۱۰$ و $۲۰=۵+۵+۱۰$ و $۲۰=۲+۳+۵+۱۰$ (ریاضی اول صفحات ۱۴۰ و ۱۴۳)

۴- جمع مضارب ۱۰ با یک عدد یک رقمی صفحه ۱۵۸ و ۱۵۹

$\begin{array}{r} +14 \\ \hline 35 \\ +4 \\ \hline 39 \end{array}$		بدون شکل	$\begin{array}{r} +25 \\ \hline 52 \\ +5 \\ \hline 57 \end{array}$
	باشکل		

توجه: در جمع اعداد دو رقمی اول دهگان دو عدد را جمع می کنیم سپس یکان ها را با هم جمع می کنیم.

(ب) جمع اعداد سه رقمی بدون انتقال: برای زمینه سازی جمع اعداد سه رقمی باید مراحل زیر را تدریس کرد.

۱- جمع مضارب ۱۰۰

۲- درست کردن دسته های صدتایی

۳- درست کردن دسته های صدتایی از روی دسته های ده تایی

اطمینان از این که دانش آموزان جمع اعداد دو رقمی بدون انتقال را فرا گرفته اند برای تدریس جمع اعداد سه رقمی لازم است . تدریس جمع اعداد سه رقمی مانند تدریس جمع اعداد دو رقمی است با ساختن دسته های صدتایی، ده تایی و یکی ها تدریس آغاز می شود.

مثال ۱:

۳۲۶	۳۲۶	۵۲۶	۵۵۶
$\begin{array}{r} +232 \\ \hline 558 \end{array}$	<div style="border: 1px solid red; background-color: #f8d7da; padding: 5px; display: inline-block;">مرحله اول</div> $\begin{array}{r} +200 \\ \hline 526 \end{array}$	<div style="border: 1px solid red; background-color: #f8d7da; padding: 5px; display: inline-block;">مرحله دوم</div> $\begin{array}{r} +30 \\ \hline 556 \end{array}$	<div style="border: 1px solid red; background-color: #f8d7da; padding: 5px; display: inline-block;">مرحله سوم</div> $\begin{array}{r} +2 \\ \hline 558 \end{array}$
$\begin{array}{r} +30 \\ \hline 556 \end{array}$			
$\begin{array}{r} +2 \\ \hline 558 \end{array}$			

در مرحله اول اضافه کردن صد تایی، مرحله دوم اضافه کردن ده تایی و در مرحله سوم اضافه کردن یکی ها

مثال ۲:

۳۴۱		۳۴۱		۵۴۱		۵۴۱
+۲۵۷	مرحله اول	+۲۰۰	مرحله دوم	+۵۰	مرحله سوم	+۷
۵۴۱		۵۴۱		۵۹۱		۵۹۸
+۵۰						
۵۹۱						
+۷						
۵۹۸						

توجه: جمع اعداد چهاررقمی، پنج رقمی و... بدون انتقال مشابه

اعداد دورقمی و اعداد سه رقمی بدون انتقال است

۳) جمع دو عدد چند رقمی با انتقال: برای تدریس جمع اعداد چند رقمی با انتقال نیاز به زمینه سازی است .

الف) جمع دو عدد دو رقمی با انتقال : برای تدریس این نوع جمع دانش آموزان باید جمع اساسی نوع دوم را یاد گرفته باشند همچنین جمع عدد دورقمی با یک عدد یک رقمی که جمع یکان عدد دو رقمی و عدد یک رقمی از نوع اساسی نوع دوم است به کمک جدول اعداد از یک تا صد که در اختیار دانش آموزان است فراگرفته باشند مانند

۲۷		۳۹		۷۴		۸۵
+۴		+۲		+۸		+۸
۳۱		۴۱		۸۲		۹۳

برای این مثال ها می توان از رسم شکل و رسم محور و شمارش کمک گرفت.

بعد از یادگیری مراحل قبل می توان جمع دو عدد دورقمی با انتقال را به صورت زیر تدریس گردد.

صفحه ۳۱ کتاب ریاضی سال دوم ابتدایی برای جمع زیر معلم می تواند تعدادی دسته های ده تایی و یکی را از قبل آماده کند (یا در کلاس درس به کمک دانش آموزان آماده کند) سپس با گروه بندی دانش آموزان در صورت امکان و توزیع دسته های ده تایی و یکی از آن ها می خواهد تا

حاصل جمع ۲۴+۳۷ را پیدا کنند. دانش آموزان با روش خودشان جواب را می یابند و معلم با جمع بندی این روش ها، روش زیر را توضیح می دهد.

$$\begin{array}{r} 24 \\ +37 \\ \hline 54 \\ +7 \\ \hline 61 \end{array}$$

اضافه کردن ده تایی

$$\begin{array}{r} 24 \\ +30 \\ \hline 54 \end{array}$$

اضافه کردن یکی

$$\begin{array}{r} 54 \\ +7 \\ \hline 61 \end{array}$$

مثال:

$$\begin{array}{r} 29 \\ +14 \\ \hline 39 \\ +4 \\ \hline 43 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 37 \\ +25 \\ \hline 57 \\ +5 \\ \hline 62 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 58 \\ +27 \\ \hline 78 \\ +7 \\ \hline 85 \end{array}$$

در این مثال ها یک دسته ده تایی به کمک یکی ها درست می شود و به دسته های ده تایی اضافه می شود و این اضافه کردن دسته ده تایی (درست کردن دسته ده تایی و اضافه کردن آن به دسته های ده تایی) را انتقال به دهگان می نامیم و به کمک جدول به صورت زیر است (صفحه ۱۰۰ کتاب ریاضی دوم ابتدایی)

مثال ۱:

	ده تایی	یکی
۵۴		
+۲۷	۵	۴
۸۱	+۲	۷
	۷	۱۱

→

۱
۵۴
+۲۷
۸۱

مثال ۲:

$$\begin{array}{r}
 ۳۷ \\
 +۲۵ \\
 \hline
 ۶۲
 \end{array}
 \rightarrow
 \begin{array}{c|c}
 \text{یکی} & \text{ده تایی} \\
 \hline
 ۷ & ۳ \\
 ۵ & +۲ \\
 \hline
 ۱۲ & ۵ \\
 ۲ & ۶
 \end{array}
 \rightarrow
 \begin{array}{r}
 ۱ \\
 ۳۷ \\
 +۲۵ \\
 \hline
 ۶۲
 \end{array}$$

(ب) جمع اعداد سه رقمی با انتقال: این جمع را به سه دسته تقسیم می کنیم

(۱) جمع اعداد سه رقمی با انتقال در دهگان که همانند جمع مرحله قبل است.

(۲) جمع اعداد سه رقمی با انتقال در صدگان

(۳) جمع اعداد سه رقمی با انتقال در ده گان و صدگان

برای تدریس دسته (ب) باید اطمینان حاصل کنیم که دانش آموزان جمع اعداد سه رقمی بدون انتقال و همچنین جمع های تقریبی (گرد کردن) را فراگرفته باشند. دسته بندی کردن صدتایی ها (درست کردن دسته صد تایی خیلی موثر است، رسم شکل و محور خیلی به ما کمک می کند)

جمع اعداد تقریبی (گرد کردن) صفحه ۳۳ برای اعداد دو رقمی

$$\begin{array}{r}
 ۴۷ \\
 +۲۱ \\
 \hline
 \end{array}$$



$$\begin{array}{r}
 ۵۰ \\
 +۲۰ \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 ۷۱ \\
 +۲۴ \\
 \hline
 \end{array}$$



$$\begin{array}{r}
 ۷۰ \\
 +۲۰ \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 ۳۹ \\
 +۲۵ \\
 \hline
 \end{array}$$



$$\begin{array}{r}
 ۴۰ \\
 +۳۰ \\
 \hline
 \end{array}$$

اعداد سه رقمی صفحه ۶۹

$\begin{array}{r} ۲۳۹ \\ +۳۲۳ \\ \hline \end{array}$	→	$\begin{array}{r} ۲۰۰ \\ +۳۰۰ \\ \hline ۵۰۰ \end{array}$	$\begin{array}{r} ۴۶۷ \\ +۲۵۵ \\ \hline \end{array}$	→	$\begin{array}{r} ۵۰۰ \\ +۳۰۰ \\ \hline ۸۰۰ \end{array}$
$\begin{array}{r} ۵۹۷ \\ +۱۳۰ \\ \hline \end{array}$	→	$\begin{array}{r} ۶۰۰ \\ +۱۰۰ \\ \hline ۷۰۰ \end{array}$			

مثال: برای جمع اعداد سه رقمی با انتقال در صدگان به کمک جدول ارزش مکانی

۲۴۰		صدتایی	ده تایی	یکی	
+۳۸۰		۲	۴	۰	
	→	+۳	۸	۰	
		۵	۱۲	۰	
		۶	۲	۰	
					۱
					۲۴۰
					+۳۸۰
					<hr/>
					۶۲۰

مثال:

$$\begin{array}{r} 373 \\ +255 \\ \hline 628 \end{array}$$

دسته (ج): جمع اعداد سه رقمی با انتقال در دهگان و صدگان

مثال ۱:

صد تایی	ده تایی	یکی
۲	۹	۴
+۱	۵	۷
۳	۱۴	۱۱
۳	۱۵	۱
۴	۵	۱

مثال ۲:

صد تایی	ده تایی	یکی
۷	۶	۸
+۱	۷	۹
۸	۱۳	۱۷
۸	۱۴	۷
۹	۴	۷

توجه: در کنار تدریس جمع همواره تفریق هم تدریس می شود.

برای یاد گیری جمع باید فعالیت، کار در کلاس و تمرین توسط دانش آموزان انجام شود.

استفاده از جدول اعداد برای جمع و تفریق: از دو جدول زیر که یکی از شماره ۱۰ تا ۱۰۰ و دیگری جدول مضارب ۱۰ یعنی از ۱۰ تا ۹۹۰ است برای جمع و تفریق استفاده می کنیم.

از جدول شماره (۱) برای جمع های دو رقمی که حاصل آن ها کمتر از ۱۰۰ هستند و همچنین برای تفریق های اعداد دورقمی استفاده می کنیم .
مثلا برای جمع $۲۴+۳۹$ ابتدا عدد ۲۴ را در جدول می یابیم سپس سه ردیف به تعداد سه ده تایی پایین می رویم تا به عدد ۵۴ برسیم در نهایت ۹ واحد (۹ تا یکی) جلو می رویم تا به حاصل جمع یعنی عدد ۶۳ برسیم.

برای تفریق $۴۷-۲۵$ ابتدا عدد ۴۷ را در جدول می یابیم سپس به تعداد دو ده تایی (دو ردیف) بالا می رویم تا به عدد ۲۷ برسیم و در نهایت ۵ تا یکی به عقب (در همان ردیف) می رویم تا به عدد ۲۲ برسیم عدد ۲۲ حاصل تفریق می باشد.

۲۴	۴۷
+۳۹	-۲۵
۵۴	۲۷
+۹	-۵
۶۳	۲۲

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰
۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	۳۷	۳۸	۳۹	۴۰
۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰
۵۱	۵۲	۵۳	۵۴	۵۵	۵۶	۵۷	۵۸	۵۹	۶۰
۶۱	۶۲	۶۳	۶۴	۶۵	۶۶	۶۷	۶۸	۶۹	۷۰
۷۱	۷۲	۷۳	۷۴	۷۵	۷۶	۷۷	۷۸	۷۹	۸۰



۸۱	۸۲	۸۳	۸۴	۸۵	۸۶	۸۷	۸۸	۸۹	۹۰
۹۱	۹۲	۹۳	۹۴	۹۵	۹۶	۹۷	۹۸	۹۹	۱۰۰

از جدول شماره (۲) برا جمع مضارب ۱۰ که حاصل جمع حداکثر ۹۹۰ شود و برای تفریق مضارب ۱۰ استفاده می کنیم.

مثال: برای جمع $۳۲۰ + ۴۱۰$ ابتدا عدد ۳۲۰ را در جدول می یابیم و سپس ۴ ردیف پایین می رویم تا به عدد ۷۲۰ برسیم و در نهایت یک ۱۰ تایی جلو می رویم و به عدد ۷۳۰ یعنی حاصل جمع می رسیم.

برای تفریق $۸۴۰ - ۳۷۰$ ابتدا عدد ۸۴۰ را در جدول می یابیم سپس ۳ ردیف به بالا می رویم تا عدد ۵۴۰ به دست آید و در نهایت ۷ تا ۱۰ تایی به عقب بر می گردیم و به عدد ۴۷۰ که حاصل تفریق است می رسیم.

$\begin{array}{r} ۳۲۰ \\ + ۴۱۰ \\ \hline ۷۲۰ \\ + ۱۰ \\ \hline ۷۳۰ \end{array}$	$\begin{array}{r} ۸۴۰ \\ - ۳۷۰ \\ \hline ۵۴۰ \\ - ۷۰ \\ \hline ۴۷۰ \end{array}$
---	---

۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰	۷۰	۸۰	۹۰	۱۰۰
۱۱۰	۱۲۰	۱۳۰	۱۴۰	۱۵۰	۱۶۰	۱۷۰	۱۸۰	۱۹۰	۲۰۰
۲۱۰	۲۲۰	۲۳۰	۲۴۰	۲۵۰	۲۶۰	۲۷۰	۲۸۰	۲۹۰	۳۰۰
۳۱۰	۳۲۰	۳۳۰	۳۴۰	۳۵۰	۳۶۰	۳۷۰	۳۸۰	۳۹۰	۴۰۰
۴۱۰	۴۲۰	۴۳۰	۴۴۰	۴۵۰	۴۶۰	۴۷۰	۴۸۰	۴۹۰	۵۰۰
۵۱۰	۵۲۰	۵۳۰	۵۴۰	۵۵۰	۵۶۰	۵۷۰	۵۸۰	۵۹۰	۶۰۰

جدول شماره (۲)

۶۱۰	۶۲۰	۶۳۰	۶۴۰	۶۵۰	۶۶۰	۶۷۰	۶۸۰	۶۹۰	۷۰۰
۷۱۰	۷۲۰	۷۳۰	۷۴۰	۷۵۰	۷۶۰	۷۷۰	۷۸۰	۷۹۰	۸۰۰
۸۱۰	۸۲۰	۸۳۰	۸۴۰	۸۵۰	۸۶۰	۸۷۰	۸۸۰	۸۹۰	۹۰۰
۹۱۰	۹۲۰	۹۳۰	۹۴۰	۹۵۰	۹۶۰	۹۷۰	۹۸۰	۹۹۰	

تفریق

تفریق دومین عمل از چهار عمل اصلی حساب می باشد. تفریق هم زمان با عمل جمع تدریس می گردد و دانش آموزان در زمان یاد گیری مفاهیم ترکیبی اعداد عملاً با کار تفریق روبه رو می شوند و تفریق را انجام می دهند. با توجه به این که جمع و تفریق به عنوان دو عمل، عکس هم هستند بنابراین عمل تفریق همراه با عمل جمع می توان تدریس کرد.

برای آموزش تفریق اول باید با مفاهیم تفریق آشنا شد زیرا که اگر دانش آموزان مفاهیم تفریق را یاد بگیرند مهارت تفریق کردن و کاربر د آن در ریاضیات بخصوص کاربرد تفریق در تقسیم را یاد می گیرند .

مفاهیم تفریق: تفریق دارای چهار مفهوم است که عبارتند از:

(۱) مفهوم کاهشی تفریق

(۲) مفهوم افزایی تفریق

(۳) مفهوم مقایسه ای تفریق

(۴) مفهوم جمعی تفریق

(۱) مفهوم کاهشی تفریق: مفهوم کاهشی تفریق عکس مفهوم افزایی ج مع است به این معنی است که از یک مجموعه معین از اشیا، تعدادی از اشیا آن (تعدادی از اعضای آن) بر می داریم. در مفهوم کاهشی از کلمات پرواز کردن- برداشت کردن- حذف شدن- خط خوردن- پاک کردن و رفتن و هر کلمه ای که معنی کم شدن داشته باشد در طرح مسایل استفاده می کنیم. (کتاب اول، صفحه ۳۱ و ۳۲)

مثال ۱: ۵ پرند روی یک شاخه درخت نشسته بودند ۳ پرنده از این پرواز کردند. حال چند پرنده روی شاخه درخت باقی مانده است؟

$$۵-۳=۲$$

جواب: ۲ پرنده باقی مانده است.

مثال ۲: ۴ عدد تخم مرغ در بشقاب قرار داشت ۲ تخم مرغ از این تخم مرغ ها برای پختن کیک مصرف شد . حال چند تخم مرغ در بشقاب قرار دارد؟

$$۴-۲=۲$$

جواب: ۲ تخم مرغ در بشقاب قرار دارد.

۲) مفهوم افرازی تفریق: این مفهوم در مقابل مفهوم افرازی جمع می آید و به این معنی است که یک دسته (مجموعه) از اشیای مثل هم با دو رنگ متفاوت موجود است و با توجه به رنگ آن ها به دو دسته تقسیم می کنیم و با این مجموعه (اعضای این مجموعه) دوتفریق و دو جمع متناظر می نویسیم. (به جای رنگ می توان از دو کلمه مخالف یا دو جنس مخالف مانند سالم و خراب - کوتاه و بلند - دختر و پسر - کوچک و بزرگ - مرغ و خروس - زن و مرد و... به کار برد).

مثال ۱: در یک سینی ۵ چوب خط (نی) به رنگ های آبی و قرمز وجود دارد. برای چوب خط های این سینی با توجه به رنگ های آن ها می توان دو تفریق به صورت زیر نوشت:



تعداد چوب خط های آبی: $5-3=2$

تعداد چوب خط های قرمز: $5-2=3$

در این مثال معمولاً یا تعداد چوب خط های آبی یا تعداد چوب خط های قرمز را می خواهند یعنی سوال به صورت زیر مطرح می گردد.

اگر ۵ چوب خط به رنگ های آبی و قرمز در یک سینی باشند و ۳ تا از این چوب خط ها قرمز باشند تعداد چوب خط های آبی چقدر است؟ (یا اگر ۲ تا از این چوب خط ها آبی باشد تعداد چوب خط های قرمز چقدر است؟)

مثال ۲: ۱۰ تا جوجه داریم ۳ تا از جوجه ها سیاه هستند چند تا جوجه سیاه نیستند؟ (ریاضی اول ابتدایی صفحه ۱۳۳).

$$10-3=7$$

۷ جوجه از جوجه ها سیاه نیستند.

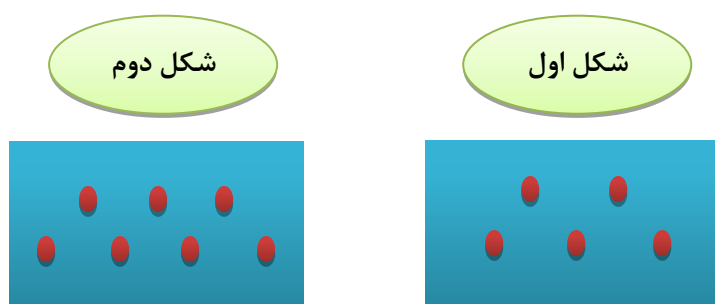
۳) مفهوم مقایسه ای تفریق: این مفهوم یعنی مقایسه تعداد اشیای مشابه دو مجموعه با هم.

مثال ۱: علی ۵ خودکار دارد و حسن ۳ خودکار دارد. علی چند خودکار بیشتر از حسن دارد؟ (یا حسن چند خودکار کمتر از علی دارد؟)

$$5-3=2$$

علی ۲ خودکار بیشتر از حسن دارد.

مثال ۲: تعداد گردوهای کدام شکل بیشتر است؟ چند تا؟



$$7-5=2$$

شکل ۲، دوگردوی بیشتر دارد.

(۴) **مفهوم جمعی تفریق** : در این مفهوم یکی از جملات جمع مجهول است و برای یافتن جمله مجهول به صورت نمادین یک معادله نوشته می شود.

مثال ۱: حسن می خواهد ۱ مداد ۱۰ تومانی بخرد او ۴ تومان پول دارد حسن چند تومان دیگر نیاز دارد تا بتواند مداد را بخرد؟

$$4 + \dots = 10 \longrightarrow 10 - 4 = 6$$

مثال ۲: به جای عدد مناسب قرار دهید. (کتاب ریاضی دوم دبستان)

$$20 + \dots = 43$$

جواب: $43 - 20 = 23$

توجه در کتاب ریاضی اول ابتدایی صفحات ۳۱ و ۳۲ و ۳۸ و ۴۰ و ۵۱ از مفهوم کاهشی تفریق استفاده شده است (البته از نماد تفریق استفاده نشده است) نماد تفریق در صفحه ۹۳ و ۹۴ و ۹۶ معرفی می گردد.

خواص تفریق:

تفریق بر عکس جمع خواص زیادی ندارد خواص جابه جایی و شرکت پذیری در تفریق برقرار نیست یعنی: $a - b \neq b - a$ و $a - (b - c) \neq (a - b) - c$ تفریق دارای دو خاصیت روی اعداد حسابی است.

۱- خاصیت بی اثر بودن صفر در تفریق $a - 0 = a$ (توجه $0 - a = -a$)

۲- $a - (b + c) = (a - b) - c$ دو تفریق متوالی را می توان به یک جمع و تفریق تبدیل کرد

مثال ۱: علی ۵۰ ریال پول داشت یک دفترچه ۱۸ ریالی و یک خود کار ۱۲ ریالی خرید چند ریال برایش باقی مانده است؟

$$50 - (18 + 12) = 50 - 30 = 20 \text{ روش اول}$$

$$50 - 18 - 12 = 32 - 12 = 20 \text{ روش دوم}$$

۲۰ ریال برایش باقی می ماند.

توجه خاصیت دو را می توان به صورت زیر تعمیم داد.

$$a - (b + c + d) = [(a - b) - c] - d$$

آموزش تفریق: برای آموزش تفریق باید انواع تفریق ها را بشناسیم و هر یک از تفریق ها را جداگانه آموزش دهیم انواع تفریق ها عبارتند از:

(۱) تفریق های اساسی

(۲) تفریق های بدون انتقال (اعداد چند رقمی)

(۳) تفریق های با انتقال (اعداد چند رقمی)

(۱) **تفریق های اساسی:** تفریق های اساسی متناظر با جمع های اساسی هستند و تعداد آن ها ۱۰۰ تفریق می باشد و به دو دسته تقسیم می شوند الف) تفریق های اساسی نوع اول ب) تفریق های اساسی نوع دوم.

الف) تفریق های اساسی نوع اول: این تفریق ها متناظر با جمع های اساسی نوع اول می باشند و تعداد آن ها ۶۴ تفریق می باشد. تفریق های اساسی نوع اول به تفریق هایی گفته می شود که جمله اول تفریق (مفروق منه) حد اکثر عدد ۱۰ بوده و جمله دوم (مفروق) و باقی مانده (حاصل تفریق) عدد یک رقمی باشند و ۱۹ تا از این تفریق ها لااقل یکی از سه جز تفریق صفر است مانند: $۹-۰=۹$ و $۴-۴=۰$

ب) تفریق های اساسی نوع دوم: این تفریق ها متناظر با جمع های اساسی نوع دوم می باشند و تعداد آن ها ۳۶ تفریق می باشد و جمله اول تفریق عدد ۱۱ تا ۱۸ می باشند و جمله دوم و سوم تفریق عدد یک رقمی هستند.

مثال ۱: چند نمونه از تفریق های اساسی نوع اول

$$۱۰-۴=۶ \text{ و } ۹-۰=۹ \text{ و } ۴-۴=۰ \text{ و } ۵-۲=۳ \text{ و } ۷-۵=۲ \text{ و } ۰-۰=۰$$

مثال ۲: چند نمونه از تفریق های اساسی نوع دوم

$$۱۸-۹=۹ \text{ و } ۱۷-۹=۸ \text{ و } ۱۴-۸=۶ \text{ و } ۱۲-۷=۵ \text{ و } ۱۱-۹=۲ \text{ و } ۱۵-۸=۷$$

توجه: تفریق های اساسی نوع اول در کتاب ریاضی پایه اول ابتدایی و تفریق های اساسی نوع دوم در کتاب ریاضی پایه دوم ابتدایی تدریس می شود هرچند که در آخر کتاب ریاضی اول تفریق های اساسی نوع دوم نیز آمده است.

آموزش تفریق با مفهوم کاهشی تفریق در کتاب ریاضی پایه اول ابتدایی (صفحات ۵۱، ۴۰، ۳۸، ۳۳، ۳۱) همراه با مفهوم افزایشی جمع آغاز می گردد. آموزش مفاهیم تفریق همانند آموزش مفاهیم جمع به کمک وسایل کمک آموزشی و دست ورز ها همراه با فعالیت دانش آموزان (یعنی همان فعالیت کلاسی که در کتاب طراحی شده است) صورت می گیرد در صفحه ۳۱ به کمک باز و بسته کردن انگشتان دست و شکل های متفاوت، تعداد شکل های باقی مانده (تعداد انگشتان باز) شمارش می کنیم. بعد از مفهوم کاهشی تفریق در صفحه ۹۳ نماد تفریق معرفی می گردد و دانش آموزان با تفریق سطری آشنا می گردند.

در صفحه ۹۴ با استفاده از انگشتان دست راست و چپ و باز و بسته کردن انگشتان و هم چنین به کمک محور اعداد (صفحه ۱۱۹) تفریق های اساسی نوع اول کامل می گردد و کاربرد این تفریق ها در حل مسئله (صفحه ۱۳۳) راه برد رسم شکل مورد استفاده قرار می گیرد.

در صفحات آخر کتاب ریاضی پایه اول ابتدایی به کمک رسم شکل و محور اعداد تفریق های اساسی نوع دوم تدریس می گردد. در کتاب ریاضی پایه دوم ابتدایی (صفحه ۱۰) به تفریق های اساسی نوع دوم پرداخته می شود.

تفریق های اساسی نوع دوم و تفریق های مضارب ۱۰ (ده تایی ها) به کمک رسم شکل و محور اعداد زمینه را برای تفریق های اعداد چند رقمی (بدون اعشار) فراهم می کند به تفریق های ستونی در صفحه ۲۱ کتاب ریاضی پایه دوم ابتدایی پرداخته می شود و تفریق ستونی در این صفحه معرفی می گردد.

تفریق های اعداد چند رقمی بدون انتقال : از طریق فعالیت کلاسی طراحی شده در کتاب (صفحه ۲۸ و ۲۹ کتاب ریاضی پایه دوم ابتدایی (تفریق های عدد های دو رقمی بدون انتقال آغاز می گردد

مثال ۱: (صفحه ۳۱ کتاب ریاضی دوم ابتدایی)

همانند تدریس جمع دو عدد دو رقمی بدون انتقال معلم با آماده کردن چند دسته ی ده تایی و چند تا یکی و توزیع آن بین دانش آموزان از آن ها می خواهد که حاصل ۴۷-۲۲ را بیابند و سپس بعد از جمع بندی روش های دانش آموزان دهنمایی می کند که اول از عدد ۴۷ دسته ی ده تایی برداشته شود و سپس دوتا یکی برداشته شود حاصل تفریق ۲۵ به دست می آید.

$$\begin{array}{r} 47 \\ - 22 \\ \hline 27 \\ - 2 \\ \hline 25 \end{array}$$

مثال ۲: در تفریق ۴۹-۲۰ مرحله ۰-۲۹ برای یادگیری روش می باشد بعد از یادگیری این مرحله حذف می گردد.

$$\begin{array}{r} 95 \\ - 84 \\ \hline 15 \\ - 4 \\ \hline 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ - 20 \\ \hline 29 \\ - 0 \\ \hline 29 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 347 \\ - 125 \\ \hline 247 \\ - 25 \\ \hline 222 \end{array}$$

در تفریق اعداد سه رقمی از طرف صدگان شروع می شود و سپس دهگان و در نهایت یکان کم می شود . در صورت نیاز می توان از رسم شکل دسته های صدتایی، ده تایی و یکی استفاده کرد. (صفحه ۹۵ ریاضی دوم ابتدایی) .

تفریق اعداد چند رقمی با انتقال : برای تدریس تفریق با انتقال باید اول زمینه سازی کرد و همانند جمع دانش آموزان باید با تفریق های زیر آشنا باشند.

(۱) تفریق های مضارب ۱۰ و ۱۰۰ به کمک رسم شکل و محور اعداد و جدول اعداد که قبلاً بررسی شد.

(۲) تفریق های تقریبی (گرد کردن اعداد) از این تفریق ها برای تفریق اعداد سه رقمی استفاده می کنیم. نمونه این تفریق در صفحه ۶۵ کتاب ریاضی دوم ابتدایی آمده است.

$\begin{array}{r} 434 \\ -137 \\ \hline \end{array}$	<p>گرد کردن حذف یکان و دهگان</p>	$\begin{array}{r} 400 \\ -100 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} 785 \\ -352 \\ \hline \end{array}$	<p>گرد کردن حذف یکان و دهگان</p>	$\begin{array}{r} 800 \\ -400 \\ \hline \end{array}$

الف) تفریق اعداد دو رقمی با انتقال : برای تفریق اعداد دو رقمی از هم با انتقال در مرحله اول به کمک جدول اعداد یا محور اعداد و یا رسم شکل و ساختن دسته های ده تایی و یکی عمل می کنیم .

مثال ۱: (صفحه ۳۱) معلم با ساختن چند دسته ده تایی و چند تا یکی و آوردن آن سر کلاس درس (می تواند در کلاس از دانش آمو زان کمک بگیرد و دسته های ده تایی و یکی درست کند) و توزیع آن بین دانش آموزان و یا گروه ها از آن ها بخواهد که جواب تفریق ۴۳-۲۷ را بنویسند دانش آموزان با راه های متفاوت جواب را می یابند و معلم پس از جمع بندی می تواند روش مناسب را برای این تفریق انتخاب کند . مثلاً معلم دو دسته ده تایی را از ۴ دسته ده تایی را از عدد ۴۳ بر می دارد و به حاصل ۲۳ می رسد سپس از عدد ۲۳ تعداد ۷ تا یکی را خط می زند (یا برمی دارد) تا حاصل تفریق ۴۳-۲۷ یعنی عدد ۱۶ را به دست آورد.

در مرحله دوم معلم می تواند از جدول یکی و ده تایی به صورت زیر استفاده کند .

روش اول: باز کردن یک دسته ده تایی و آن را در کنار ۳ تا یکی قرار دادن و تفریق کردن آن ها (یعنی انتقال از دهگان به یکان)

	ده تایی	یکی
۱۳	۴	۳
-۲۷	-۲	۷
۱۶		

	ده تایی	یکی
	۳	۱۳
-۲		۷
۱		۶

روش دوم: در قسمت دوم تفریق یک دسته ده تایی را باز می کنیم.

۴۳		
-۲۷		
۲۳		
-۷		

	ده تایی	یکی
	۲	۳
-		۷

	ده تایی	یکی
	۱	۱۳
-		۷
۱		۶

توجه:

۱- قبل از تفریق عدد دو رقمی از دو رقمی اطمینان حاصل شود که دانش آموزان تفریق اساسی نوع دوم را فرا گرفته اند.

۲- تفریق تقریبی عدد دو رقمی هم، مهارت تفریق را افزایش می دهد.

	ده تایی	یکی
۸۴	۸	۴
-۳۷	-۳	۷

	ده تایی	یکی
	۷	۱۴
-۳		۷
۴		۷

	ده تایی	یکی
۸۴		
-۳۷		
۴۷		

مثال ۲:

به این روش در قدیم روش قرض دادن می گفتند یعنی یک دسته ده تایی را به یکی ها قرض می دهیم.

ب) **تفریق اعداد سه رقمی با انتقال** : از رسم شکل و درست کردن دسته های صد تایی و ده تایی و یکی و باز کردن یک دسته صد تایی به ۱۰ دسته صد تایی و باز کردن یک دسته ده تایی به ۱۰ تا یکی می توان تفریق اعداد سه رقمی با انتقال (از صدگان به دهگان) و انتقال از دهگان به یکان، می توان تفریق اعداد سه رقمی با انتقال را تدریس کرد.

مثال ۱: انتقال از صدگان به دهگان یعنی باز کردن یک دسته صدتایی و قرار دادن در کنار ده تایی ها



~~۵۲۴~~

- ۱۵۰

۳۷۴

صد تایی	ده تایی	یکی
۴	۱۲	۴
- ۱	۵	۰
۳	۷	۴

مثال ۲: انتقال از دهگان به یکان



~~۶۷۲~~

- ۲۵۸

۴۱۴

صد تایی	ده تایی	یکی
۶	۶	۱۲
- ۲	۵	۸
۴	۱	۴

مثال ۳: انتقال از صدگان به دهگان و از دهگان به یکان



- ۲ ۴ ۷

صد تایی	ده تایی	یکی
۳	۱۳	۵
- ۲	۴	۷
۱	۹	۵

صد تایی	ده تایی	یکی
۱	۸	۱۵
-		۷
۱	۸	۸

تبصره: برای تفریق های اعداد چهار رقمی و پنج رقمی و همانند اعداد سه رقمی عمل می کنیم و تفریق اعداد سه رقمی را به تفریق اعداد چند رقمی تعمیم می دهیم.

(۲) مفهوم افرازی ضرب : مجموعه ای شامل n شیئی در نظر می گیریم که به زیر مجموعه k عضوی افراز شده است و تعداد زیر مجموعه ها m تا است پس

$$M \times k = n$$

M تعداد دسته و k تعداد اعضای دسته

مثال ۱: مجموعه ای شامل ۱۰ مداد به پنج دسته دو تایی تقسیم (افراز) می کنیم یعنی ۱۰ برابر است با ۵ تا دوتا یعنی $5 \times 2 = 10$ در بخش تقسیم به این مفهوم، مفهوم افرازی تقسیم می نمایم کتاب ریاضی سوم ابتدایی صفحات ۶۷ و ۶۹ و ۷۰

مثال ۲: هر دست قاشق ۶ قاشق دارد دو دست قاشق چند قاشق دارد جواب $2 \times 6 = 12$ ۱۲ قاشق دارد.

مثال ۳: مجید روزی ۲ صفحه قران میخواند. پس از ۵ روز چند صفحه قران خوانده است $5 \times 2 = 10$ ---- ۱۰ صفحه قران خوانده است.

توجه : در این مفهوم ضرب جمله اول ضرب تعداد دسته ها و جمله دوم ضرب تعداد اعضای دسته می باشد.

(۳) حاصل ضرب دکارتی دو مجموعه: این مفهوم بیشتر در آمار و احتمال به کار می رود . با یک مثال این مفهوم را توضیح می دهیم .

مثال ۱: حسن ۳ پیراهن با رنگ های آبی و سفید و قرمز دارد و دو شلوار هم به رنگ های مشکی و قهوه ای دارد اگر حسن بخواهد به یک مهمانی برود به چند طریق می تواند یک پیراهن و یک شلوار بپوشد .

جواب : از اصل دکارتی ضرب استفاده می کنیم A را مجموعه پیراهن ها و B را مجموعه شلوارها در نظر می گیریم و در واقع حاصل ضرب دکارتی $A \times B$ یا $(B \times A)$ را حساب می کنیم و تعداد اعضای $A \times B$ یا $(B \times A)$ جواب است فرض کنید که پ مخفف پیراهن و ش مخفف شلوار باشد پس جواب ۱۲ طریق است:

$$A \times B = \{ (\text{ش قهوه ای و پ سفید}) (\text{ش مشکی و پ سفید}) (\text{ش قهوه ای و پ آبی}) (\text{ش مشکی و پ آبی}) \}$$

$$\text{و } \{ (\text{ش قهوه ای و پ قرمز}) (\text{ش مشکی و پ قرمز}) \}$$

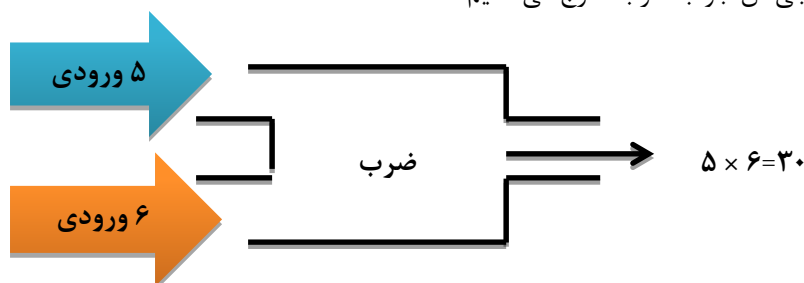
حاصل ضرب دکارتی $A \times B$ یعنی مجموعه تمام زوج های مرتب (a, b) است که a از A و b از B گرفته می شود در نماد ریاضی داریم .

$$A \times B = \{ (a, b) \mid a \in A, b \in B \}$$

$$B \times A = \{ (b, a) \mid b \in B, a \in A \}$$

مثال ۲: اگر A مجموعه غذاهای چلو خورشت و چلو کباب و چلو مرغ باشد و B مجموعه نوشیدنی ها دوغ . دلستر و آب میوه باشد اگر علی بخواهد یک دست غذا سفارش دهد بطوریکه یک نوع غذا و یک نوع نوشابه را شامل شود آنگاه علی به چند طریق می تواند غذا سفارش دهد
جواب: تعداد اعضاء $A \times B$ یعنی $3 \times 3 = 9$ یعنی به ۹ طریق می توان غذا سفارش دهد. نیازی به ساختن ($A \times B$ یا $B \times A$) نیست.

۴) ضرب به عنوان یک ماشین ضرب: ضرب را به عنوان یک ماشین در نظر می گیریم (مانند ماشین حساب) که دارای دو ورودی و یک خروجی است از این ورودی ها ۲ عدد وارد می کنیم و از خروجی آن جواب ضرب خارج می کنیم



خواص ضرب: عمل ضرب روی مجموعه ای از اعداد حسابی $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$ دارای خواص زیر است.

۱) خاصیت بسته بودن ضرب: یعنی حاصل ضرب دو عدد حسابی یک عدد حسابی است.

۲) خاصیت جابجایی ضرب: یعنی $a \times b = b \times a$ مثال: $2 \times 3 = 3 \times 2$

۳) خاصیت شرکت پذیری ضرب: یعنی $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ مثال: $(2 \times 3) \times 4 = 2 \times (3 \times 4)$

۴) عضو بی اثر بودن عدد یک در ضرب: یعنی $1 \times a = a \times 1 = a$

۵) خاصیت توزیع پذیری ضرب نسبت به جمع: یعنی $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$

$$2 \times (3 + 4) = 2 \times 3 + 2 \times 4$$

مثال:

توجه: خاصیت توزیع پذیری ضرب نسبت به جمع در کامل کردن جدول ضرب و همچنین برای آموزش محاسبه ضرب عدد یک رقمی در عدد دو رقمی کاربرد دارد به دو مثال زیر توجه کنید.

مثال ۱: اگر دانش آموزی $2 \times 5 = 10$ را یاد گرفته باشد می توان از روی آن 2×7 و 2×9 و 2×8 و 2×6 را هم یاد بگیریم.

$$2 \times 9 = 2 \times (5 + 4) = 2 \times 5 + 2 \times 4 = 10 + 8 = 18$$

$$2 \times 8 = 2 \times (5 + 3) = 2 \times 5 + 2 \times 3 = 10 + 6 = 16$$

$$2 \times 7 = 2 \times (5 + 2) = 2 \times 5 + 2 \times 2 = 10 + 4 = 14$$

$$2 \times 6 = 2 \times (5 + 1) = 2 \times 5 + 2 \times 1 = 10 + 2 = 12$$

مثال ۲:

$$3 \times 25 = 3 \times (20 + 5) = 3 \times 20 + 3 \times 5 = 60 + 15 = 75$$

$$4 \times 36 = 4 \times (30 + 6) = 4 \times 30 + 4 \times 6 = 120 + 24 = 144$$

روش تدریس ضرب:

تدریس ضرب از کتاب سوم ریاضی (ریاضی پایه سوم ابتدایی) شروع می شود و در کتاب چهارم ریاضی کامل می گردد در کتاب ریاضی سال سوم ابتدایی به کمک مفهوم تکراری جمع . ضرب تدریس می گردد و سپس به مفهوم افزای ضرب پرداخته می شود برای تدریس ضرب باید انواع ضرب ها را بشناسیم .

۱) ضرب های اساسی و تدریس آن ها : ضربی اساسی به ضربی گفته می شود که هر دو جمله ضرب عدد یک رقمی باشند و تعداد ضرب های اساسی ۸۱ ضرب می باشد .


این ۸۱ ضرب در جدول زیر آمده است :

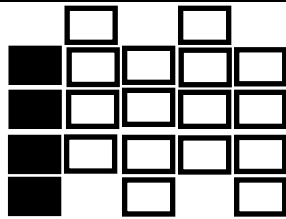
×	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۱	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۲	۲	۴	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸
۳	۳	۶	۹	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱	۲۴	۲۷
۴	۴	۸	۱۲	۱۶	۲۰	۲۴	۲۸	۳۲	۳۶
۵	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰	۴۵
۶	۶	۱۲	۱۸	۲۴	۳۰	۳۶	۴۲	۴۸	۵۴
۷	۷	۱۴	۲۱	۲۸	۳۵	۴۲	۴۹	۵۶	۶۳
۸	۸	۱۶	۲۴	۳۲	۴۰	۴۸	۵۶	۶۴	۷۲
۹	۹	۱۸	۲۷	۳۶	۴۵	۵۴	۶۳	۷۲	۸۱

توجه : در این جدول خواص بسته بودن ضرب و خواص جابجای ضرب و خاصیت بی اثر بودن عدد یک در ضرب نهفته است (چگونه ؟)

برای تدریس ضرب می توانیم از شکل . محور اعداد .چینه ها .دسته ورزی ها و مهمتر از همه از اشیاء کمک بگیریم تا زمانی که دانش آموز جدول ضرب بالا (جدول ضرب اساسی) را یاد بگیرد

مثال ۱: به کمک رنگ کردن (در صفحه ۶۳ کتاب ریاضی ابتدایی) تعداد مربع ها را شمارش کنید مانند نمونه

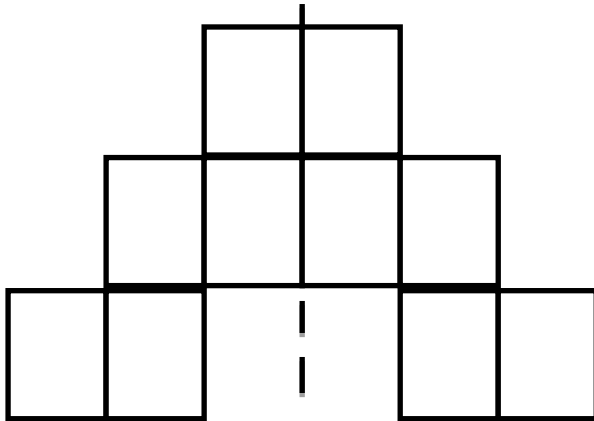
۵ دسته مربع ۴ تایی می شود ۲۰ مربع 



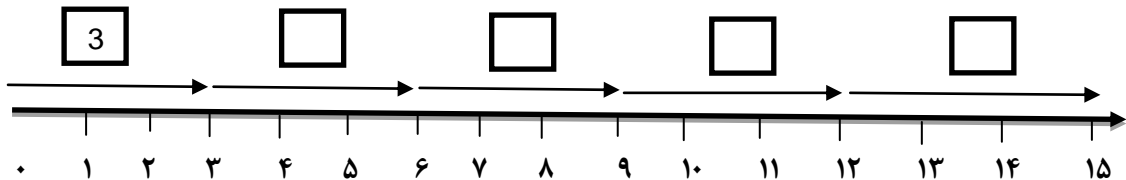
دانش آموز هر دسته مربع را با یک رنگ مشخص می کند و جواب را می نویسد (مفهوم ضرب به عنوان تکرار جمع).

$$2 \times 5 = 10$$

مثال ۲: به کمک تقارن شکل ها، تعداد مربع ها را بیابید (صفحه ۶۵)



مثال ۳: به کمک محور اعداد (صفحه ۶۶)



$$5 \times 3 = 15$$

مثال ۴: به کمک الگوی شمارش چندتا چندتا (جدول ضرب ۲ و ۳ و ۴) (صفحه ۶۶)

$$1 \times 2 = 2$$



$$2 \times 2 =$$

$$1 \times 3 = 3$$



$$2 \times 3 =$$

$$1 \times 4 = 4$$



$$2 \times 4 =$$

$$3 \times 2 =$$



$$3 \times 3 =$$



$$3 \times 4 =$$



$$4 \times 2 =$$



$$4 \times 3 =$$

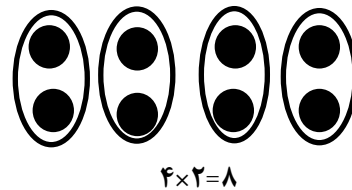
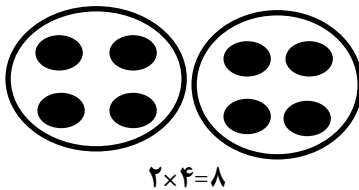


$$4 \times 4 =$$

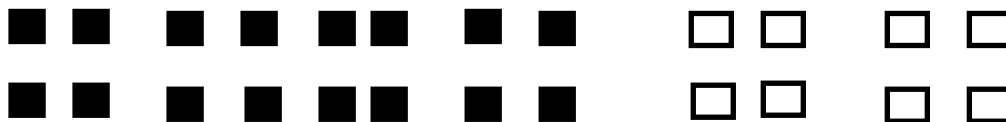


مثال ۵: تدریس خاصیت جابجایی ضرب 4×2 و 2×4 (صفحه ۷۰)

هشت دایره را می کشیم و آن را به دو طریق دسته بندی می کنیم بار اول به دسته های چهارتایی و بار دیگر به دسته های دوتایی. این کار را میتوان با ۸ شکل (جسم) سر کلاس پیدا کرد



مثال ۶: تدریس خاصیت توزیع پذیری ۲۴ مربع به دسته های ۴ تای تقسیم می کنیم (دسته بندی می کنیم) سپس داریم $6 \times 4 = 24$ (صفحه ۷۱)



حال ۴ تا از این دسته مربع های ۴ تای رنگ ابی می کنیم و ۲ دسته مربع های ۴ تای هم رنگ نمی کنیم و تعداد مربع های رنگ شده و رنگ نشده را با هم می شمارم و جمع می زنیم

$$4 \times 4 + 2 \times 4 = 16 + 8 = 24$$

سپس نتیجه می گیریم

$$6 \times 4 = 4 \times 4 + 2 \times 4$$

$$6 \times 4 = (4 + 2) \times 4$$

$$6 \times 4 = (4 + 2) \times 4 = 4 \times 4 + 2 \times 4$$

به همین صورت می توان $4 \times 6 = 4 \times (4 + 2) = 4 \times 4 + 4 \times 2$ را تدریس کرد.

۲) ضرب عدد در مضرب های ۱۰ و ۱۰۰ و ۱۰۰۰ و صفحات ۱۳۶ و ۱۳۷ کتاب ریاضی پایه سوم ابتدایی می توان از ماشین حساب استفاده کرد و ضرب های زیر را انجام داد.

$$3 \times 10 =$$

$$4 \times 20 =$$

$$20 \times 30 =$$

$$60 \times 40 =$$

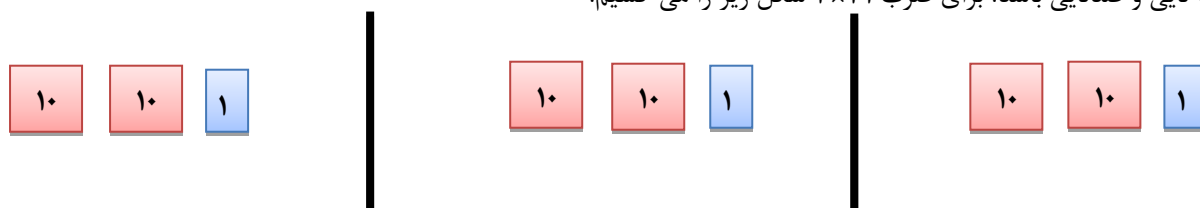
$$200 \times 40 =$$

$$20 \times 300 =$$

و یک رابطه بین تعداد صفحه های دو عدد و تعداد صفر های حاصل ضرب پیدا می کنیم سپس بدون ماشین حساب این ضربها و ضرب های مشابه را انجام می دهیم. مثلا $200 \times 40 = 8000$ عدد 200 دو صفر و عدد 40 یک صفر دارد سپس ضرب $2 \times 4 = 8$ را انجام می دهیم و جلو عدد 8 به تعداد صفرهای دو عدد 200 و 40 صفر قرار می دهیم پس

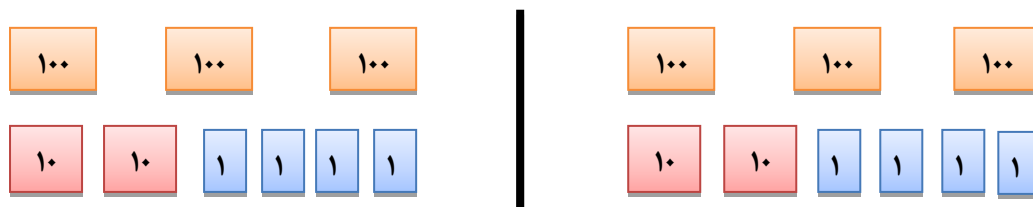
نتیجه $800 \times 30 = 24000$ $200 \times 40 = 8000$

۳ ضرب عدد یک رقمی در یک عدد چند رقمی بدون انتقال (صفحه ۱۳۹ ریاضی پایه سوم) از توزیع پذیری استفاده می کنیم و ضرب عدد یک رقمی در عدد چند رقمی را تدریس می کنیم (رسم شکل هم در ضرب یادگیری را افزایش می دهد). فرض کنید که 1 و 10 و 100 نماینده یکی و ده تایی و صد تایی باشد. برای ضرب 3×21 شکل زیر را می کشیم.



یعنی 3 دسته 21 تایی، سپس دسته های 10 تایی را می شماریم یعنی ضرب $3 \times 20 = 60$ و همچنین یکی ها را شمارش می کنیم یعنی ضرب $3 \times 1 = 3$ و به کمک توزیع پذیری $3 \times 21 = 3 \times 20 + 3 \times 1 = 60 + 3 = 63$ حاصل ضرب را می یابیم.

برای ضرب 2×324 شکل مقابل در نظر می گیریم.



در مرحله اول شمارش صد تایی ها یعنی ضرب $2 \times 300 = 600$
و سپس شمارش ده تایی ها یعنی ضرب $2 \times 20 = 40$
و در نهایت ضرب یکی ها (شمارش یکی ها) $2 \times 4 = 8$

پس $2 \times 324 = 2 \times 300 + 2 \times 20 + 2 \times 4 = 600 + 40 + 8 = 648$

در صفحه ۱۴۲ کتاب ریاضی پایه سوم ضرب عدد یک رقمی در دو رقمی و سه رقمی به صورت ستونی مانند زیر عمل می کنیم.

$\begin{array}{r} 21 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 324 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$
---	--

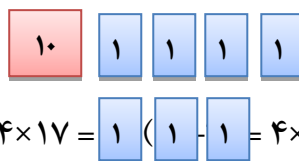
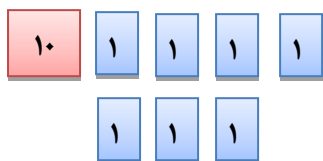
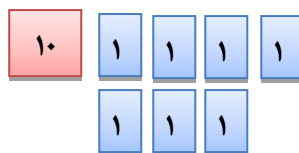
$$\begin{array}{r} 60 \\ + 3 \\ \hline 63 \end{array} \rightarrow 3 \times 20 + 3 \times 1 = 63$$

$$\begin{array}{r} 600 \\ + 40 \\ + 8 \\ \hline 648 \end{array} \rightarrow 2 \times 300 + 2 \times 20 + 2 \times 4 = 648$$

و قانون آن یعنی اول عدد یک رقمی را در صدگان ضرب می شود سپس عدد یک رقمی در دهگان ضرب می شود و در نهایت عدد یک رقمی در یکان ضرب می شود و حال این ضرب با هم جمع می کنیم.

۴- ضرب عدد یک رقمی در یک عدد چند رقمی با انتقال : در کتاب ریاضی پایه چهارم صفحه ۴۸ با استفاده از رسم شکل و استفاده از جدول یکی و ده تایی و صد تایی، ضرب عدد یک رقمی در یک عدد چند رقمی با انتقال تدریس می گردد.

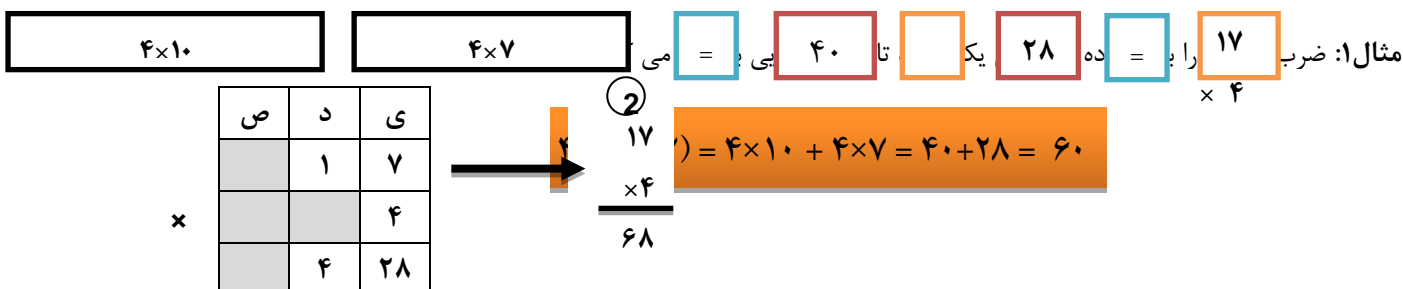
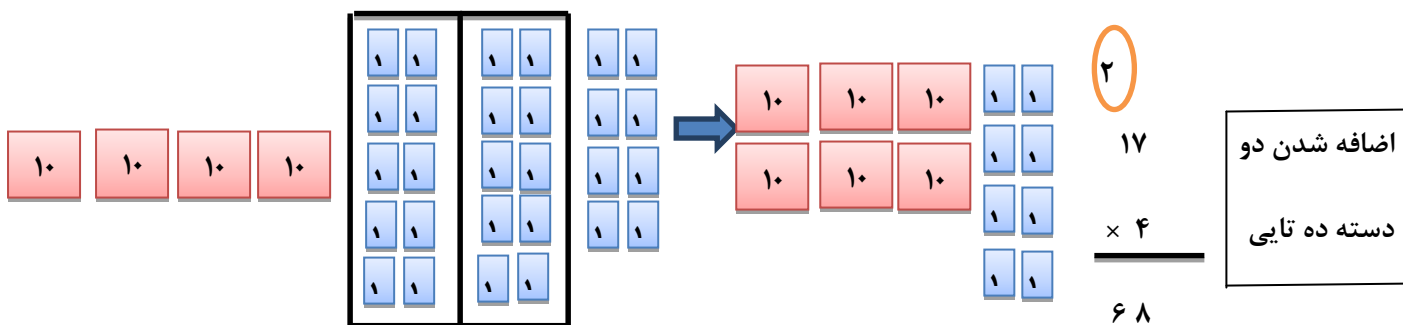
مثال (۱) برای ضرب 17×4 شکل مقابل رسم می کنیم.



$$4 \times 17 = 4 \times (10 + 7) = 4 \times 10 + 4 \times 7 = 40 + 28 = 68$$

اول $4 \times 10 = 40$ حساب می کنیم و سپس $4 \times 7 = 28$ حساب می کنیم.

عدد ۲۸ یعنی ۲ دسته ده تایی و ۸ تا یکی یعنی ۲ دسته ده تایی با ۴۰ اضافه می کنیم و شکل زیر رسم می شود.



The diagram illustrates the multiplication of two 4x4 matrices by a scalar. On the left, a 4x4 matrix is multiplied by 5. The resulting matrix has the value 5 in the top-left corner. On the right, a 4x4 matrix is multiplied by 3. The resulting matrix has the value 3 in the top-left corner.

راه حل امیر:

راہ حل بہمن:

راه حل آرشیو:

راه حل وحید:

66



از دانش آموزان می خواهیم که راه حل های دیگری هم پیشنهاد بدهند و این راه حل ها را نقد و بررسی کنند و در صفحه ۵۰ دو روش بهمن و آرش انتخاب می شود و در صفحه ۵۱ به کمک جدول به ضرب قدیمی (قانون قدیمی ضرب) می رسمیم.

$\begin{array}{r} 16 \\ \times 12 \\ \hline \end{array}$	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100px; height: 100px;"><tr><td style="width: 33%; height: 33%;"></td><td style="width: 33%; height: 33%; text-align: center;">۱</td><td style="width: 33%; height: 33%; text-align: center;">۶</td></tr><tr><td style="text-align: center;">×</td><td style="text-align: center;">۱</td><td style="text-align: center;">۲</td></tr><tr><td style="height: 33%;"></td><td style="text-align: center;">۳</td><td style="text-align: center;">۲</td></tr><tr><td style="text-align: center;">۱</td><td style="text-align: center;">۶</td><td style="text-align: center;">۰</td></tr><tr><td style="text-align: center;">۱</td><td style="text-align: center;">۹</td><td style="text-align: center;">۲</td></tr></table>		۱	۶	×	۱	۲		۳	۲	۱	۶	۰	۱	۹	۲	$\begin{array}{r} 16 \\ \times 12 \\ \hline 32 \\ + 160 \\ \hline 192 \end{array}$	<div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;"><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۱۶</div><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">×</div><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۱</div><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۲</div></div> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;"><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۳</div><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۲</div><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۰</div><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۱</div><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۶</div><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۰</div></div> <div style="display: flex; align-items: center;"><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۱</div><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۹</div><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۲</div><div style="flex: 1; padding: 0 10px;">← 2×16</div></div> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;"><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۱</div><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۶</div><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۰</div><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۱</div><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۶</div><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۰</div><div style="flex: 1; padding: 0 10px;">← 10×16</div></div> <div style="display: flex; align-items: center;"><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۱</div><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۹</div><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۲</div><div style="flex: 1; padding: 0 10px;">← حاصل جمع</div></div>
	۱	۶																
×	۱	۲																
	۳	۲																
۱	۶	۰																
۱	۹	۲																
$\begin{array}{r} 17 \\ \times 32 \\ \hline \end{array}$	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100px; height: 100px;"><tr><td style="width: 33%; height: 33%;"></td><td style="width: 33%; height: 33%; text-align: center;">۱</td><td style="width: 33%; height: 33%; text-align: center;">۷</td></tr><tr><td style="text-align: center;">×</td><td style="text-align: center;">۳</td><td style="text-align: center;">۲</td></tr><tr><td style="height: 33%;"></td><td style="text-align: center;">۳</td><td style="text-align: center;">۴</td></tr><tr><td style="text-align: center;">۵</td><td style="text-align: center;">۱</td><td style="text-align: center;">۰</td></tr><tr><td style="text-align: center;">۵</td><td style="text-align: center;">۴</td><td style="text-align: center;">۴</td></tr></table>		۱	۷	×	۳	۲		۳	۴	۵	۱	۰	۵	۴	۴	$\begin{array}{r} 17 \\ \times 32 \\ \hline 34 \\ + 510 \\ \hline 544 \end{array}$	<div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;"><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۱۷</div><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">×</div><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۳</div><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۲</div></div> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;"><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۳</div><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۴</div><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۰</div><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۵</div><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۱</div><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۰</div></div> <div style="display: flex; align-items: center;"><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۵</div><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۴</div><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۴</div><div style="flex: 1; padding: 0 10px;">← 2×17</div></div> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;"><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۵</div><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۴</div><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۴</div><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۵</div><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۱</div><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۰</div></div> <div style="display: flex; align-items: center;"><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۵</div><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۴</div><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۴</div><div style="flex: 1; padding: 0 10px;">← 30×17</div></div> <div style="display: flex; align-items: center;"><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۵</div><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۴</div><div style="flex: 1; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px; text-align: center;">۴</div><div style="flex: 1; padding: 0 10px;">← حاصل جمع</div></div>
	۱	۷																
×	۳	۲																
	۳	۴																
۵	۱	۰																
۵	۴	۴																

بنابراین بدون جدول، ضرب را انجام می دهیم.

$\begin{array}{r} 27 \\ \times 39 \\ \hline 243 \\ + 810 \\ \hline 1053 \end{array}$	$\begin{array}{r} 45 \\ \times 31 \\ \hline 45 \\ + 1350 \\ \hline 1395 \end{array}$	$\begin{array}{r} 24 \\ \times 13 \\ \hline 72 \\ + 240 \\ \hline 312 \end{array}$
--	--	--

(۶) ضرب دو عدد سه رقمی درهم: همانند ضرب دو عدد دو رقمی از جدول استفاده می کنیم و سپس نتیجه را خارج از جدول می نویسیم.

۴۵۳	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 300px; height: 100px;"><tr><td style="width: 20%; height: 20%;"></td><td style="width: 20%; height: 20%;"></td><td style="width: 20%; height: 20%;"></td><td style="width: 20%; height: 20%; text-align: center;">۴</td><td style="width: 20%; height: 20%; text-align: center;">۵</td><td style="width: 20%; height: 20%; text-align: center;">۳</td></tr><tr><td style="height: 20%;"></td><td style="height: 20%;"></td><td style="height: 20%;"></td><td style="height: 20%;"></td><td style="height: 20%;"></td><td style="height: 20%;"></td></tr><tr><td style="height: 20%;"></td><td style="height: 20%;"></td><td style="height: 20%;"></td><td style="height: 20%;"></td><td style="height: 20%;"></td><td style="height: 20%;"></td></tr><tr><td style="height: 20%;"></td><td style="height: 20%;"></td><td style="height: 20%;"></td><td style="height: 20%;"></td><td style="height: 20%;"></td><td style="height: 20%;"></td></tr><tr><td style="height: 20%;"></td><td style="height: 20%;"></td><td style="height: 20%;"></td><td style="height: 20%;"></td><td style="height: 20%;"></td><td style="height: 20%;"></td></tr></table>				۴	۵	۳																									۴۵۳
			۴	۵	۳																											

$\times 231$ <hr/>	$\times \quad 2 \quad 3 \quad 1$ <hr/>		$\times 231$ <hr/>
	$\quad \quad \quad 4 \quad 5 \quad 3$	←	1×453 <hr/> 453
	$\quad \quad 1 \quad 3 \quad 5 \quad 9 \quad 0$	←	30×453 <hr/> 13590
	$\quad \quad \quad 9 \quad 0 \quad 6 \quad 0 \quad 0$	←	200×453 <hr/> $+ 90600$
	<hr/> $1 \quad 0 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 3$ <hr/>	←	<hr/> 104643

در دو نمونه مقابل برای صرفه جویی، صفر را ضرب نمی کنیم.

427 $\times 203$ <hr/> 1281 $+ 85400$ <hr/> 86681		375 $\times 502$ <hr/> 750 ← 2×375 $+ 187500$ ← 500×375 <hr/> 188250
---	--	--

توجه: برای ضرب 502×375 می توان از خاصیت جابجایی همانند نمونه قبل ضرب 375×502 را انجام داد.

توجه: در کتاب ریاضی پایه چهارم ضرب های ذهنی آمده است.

مثال:

$$37 \times 8 = 30 \times 8 + 7 \times 8 = 240 + 56 = 296$$

$$234 \times 7 = 200 \times 7 + 30 \times 7 + 4 \times 7 = 1400 + 210 + 28 = 1638$$

در ضرب ذهنی از توزیع پذیری ضرب روی جمع و ضرب مضارب 10 و 100 و 1000 استفاده می شود.

تقسیم

چهارمین عمل حساب تقسیم می باشد معمولاً تقسیم همزمان با ضرب تدریس می گردد همانند جمع و تفریق که همزمان گفته می شود و ضرب و تقسیم با هم گفته می شود ولی از نظر تقدم تقسیم بعد از ضرب گفته می شود. تقسیم هم همانند سه عمل جمع و تفریق و ضرب دارای مفاهیم می باشد که قبل از روش تدریس تقسیم به مفاهیم آن می پردازیم.

مفاهیم تقسیم: تقسیم دارای دو مفهوم است که هر دو از روی مفهوم ضرب بدست می آید. این دو مفهوم را مفهوم اول تقسیم و مفهوم دوم تقسیم می نامیم.

مفهوم اول تقسیم: در مفهوم اول تقسیم تعداد اشیاء دسته معلوم است ولی تعداد دسته مجهول است.

مثال ۱: اگر ۲۰ مهره را به دسته های ۵ تایی تقسیم کنیم چند دسته خواهیم داشت. در این مثال می نویسیم $20 \div 5 = \square$ و به کمک تقسیم جواب تعداد دسته های می یابیم. $20 \div 5 = 4$

مثال ۲: جواد برای شرکت در جشن نیکوکاری ۲۴ دفترچه خریده است. او می خواهد این دفترچه ها را بسته بندی کند و در هر بسته ۳ دفترچه قرار دهد. جواب چند بسته دفترچه می تواند درست کند؟ (ریاضی سوم ابتدایی صفحه ۷۳)

$$24 \div 3 = 8 \quad \text{یا} \quad \square \times 3 = 24$$

مفهوم دوم تقسیم: در مفهوم دوم تقسیم تعداد دسته ها معلوم و تعداد اعضای دسته مجهول است.

مثال ۱: اگر ۲۰ مهره را به چهار دسته مساوی تقسیم کنیم در هر دسته چند مهره خواهیم داشت.

حل: در این مثال می نویسیم $20 \div 4 = \square$ و به کمک تقسیم جواب تعداد اعضای دسته ها را می یابیم $20 \div 4 = 5$.

مثال ۲: ۱۸ شکلات داریم و می خواهیم در سه بشقاب به طور مساوی تقسیم کنیم در هر بشقاب چند شکلات قرار می گیرد.

حل: در این مثال می نویسیم: $18 \div 3 = \square$ و $3 \times \square = 18$ و $18 \div 3 = 6$ در هر بشقاب ۶ شکلات قرار می گیرد. (صفحه ۷۴ کتاب ریاضی پایه سوم).

در صفحه ۷۳ و ۷۴ و ۷۵ کتاب ریاضی پایه سوم با طرح فعالیت و کار در کلاس با مفاهیم تقسیم آشنا می شویم و این دو مفهوم را به دانش آموزان یاد می دهیم.

انواع تقسیم: تقسیم هم مانند ضرب دارای انواعی است که عبارتند از:

۱- تقسیم های اساسی: تقسیم های اساسی به تقسیم هایی گفته می شود که مقسوم علیه و خارج قسمت هر دو عدد یک رقمی باشند. این تقسیم متناظر با ضرب های اساسی است (صفحه ۷۳ تا ۷۵) و باقی مانده صفر است.

مثال: در مثال های مفهوم اول و دوم تقسیم می توان تقسیم ها را به صورت زیر نوشت.

$$\begin{array}{r} \text{مقسوم علیه} \quad 5 \\ 20 \overline{) 20} \\ \underline{- 20} \quad 4 \\ 0 \end{array}$$

مقسوم

69

$$\begin{array}{r} \text{مقسوم علیه} \quad 3 \\ 18 \overline{) 18} \\ \underline{- 18} \quad 6 \end{array}$$

مقسوم



حاصل تقسیم های اساسی را می توان به کمک ضرب هم پیدا کرد و حاصل تقسیم (جواب تقسیم) همان خارج قسمت تقسیم می باشد.

۲- تقسیم هایی که خارج قسمت و مقسوم علیه یک رقمی هستند ولی باقی مانده صفر نیست (صفحه ۱۴۵ تا ۱۴۷ ریاضی پایه سوم)

مثال ۱: ۱۷ شاخه گل داریم و می خواهیم با هر چهار شاخه آن یک دسته گل درست کنیم، چند دسته گل درست می شود؟ و چند شاخه گل باقی می ماند. حل: می توان این ۱۷ شاخه گل را به دسته های چهارتایی تقسیم کرد می بینیم که چهار دسته گل درست می شود و یک گل باقی می ماند می توان این کار را با تقسیم مقابل پیدا کرد. (صفحه ۱۴۵)

$$\begin{array}{r}
 ۱۷ \\
 -۱۶ \\
 \hline
 ۰۱
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 ۴ \\
 ۴
 \end{array}$$

مقسوم ← ۱۷
مقسوم علیه ← ۴
باقی مانده ← ۰۱
خارج قسمت ← ۴

مثال ۲: طاها ۸۴ شکلات داشت. او در روز نیمه شعبان بسته های ۹ تایی شکلات درست کرد و به ۹ همسایه داد. چند شکلات برای او باقی مانده است؟ (صفحه ۱۴۷ ریاضی پایه سوم)

حل: با تقسیم مقابل معلوم می شود که ۳ شکلات باقی مانده است.

$$\begin{array}{r}
 ۸۴ \\
 -۸۱ \\
 \hline
 ۰۳
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 ۹ \\
 ۹
 \end{array}$$

برای تدریس تقسیم ۴۴ | ۶ می توان از راهبرد آزمایش و خط استفاده کرد و به کمک ضرب $۸ \times ۶ = ۴۸$ و $۷ \times ۶ = ۴۲$ و $۶ \times ۶ = ۳۶$ و $۵ \times ۶ = ۳۰$ خارج قسمت تقسیم را حدس زد. بدیهی است که خارج قسمت تقسیم عدد ۷ است و باقی مانده تقسیم عدد ۲ است.

$$\begin{array}{r}
 ۴۴ \\
 -۴۲ \\
 \hline
 ۰۲
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 ۶ \\
 ۷
 \end{array}$$

در کتاب ریاضی پایه چهارم ابتدایی صفحه ۶۰ به بخش تقسیم و بخش پذیری پرداخته شده است. در این بخش با طراحی فعالیت دانش آموزان با دو مفهوم رابطه های تقسیم و بخش پذیری آشنا می شوند. در واقع رابطه های تقسیم همان امتحان تقسیم می باشد که با یک مثال آن را روشن می کنیم.

$$\begin{array}{r}
 ۲۲ \\
 -۲۰ \\
 \hline
 ۰۲
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 ۴ \\
 ۵
 \end{array}$$

مثال ۱: در تقسیم _____ می دانیم که ۵ خارج قسمت تقسیم و ۴ مقسوم علیه تقسیم است و عدد ۲۲ مقسوم نام دارد و عدد ۲ باقی مانده تقسیم است. برای اینکه مطمئن شویم تقسیم را درست انجام داده ایم باید دو شرط برقرار باشد:

(۱) باید باقی مانده کمتر از مقسوم علیه باشد.

$$\text{باقی مانده} + \text{مقسوم علیه} \times \text{خارج قسمت} = \text{مقسوم}$$

$$(۲) \text{ باقی مانده} + \text{مقسوم علیه} \times \text{خارج قسمت} = \text{مقسوم}$$

$$\text{مقسوم علیه} < \text{باقی مانده}$$

رابطه های تقسیم

این دو شرط را رابطه های تقسیم می نامیم.

اگر در تقسیمی باقی مانده تقسیم صفر شود می گوئیم مقسوم بر مقسوم علیه بخش پذیر است.

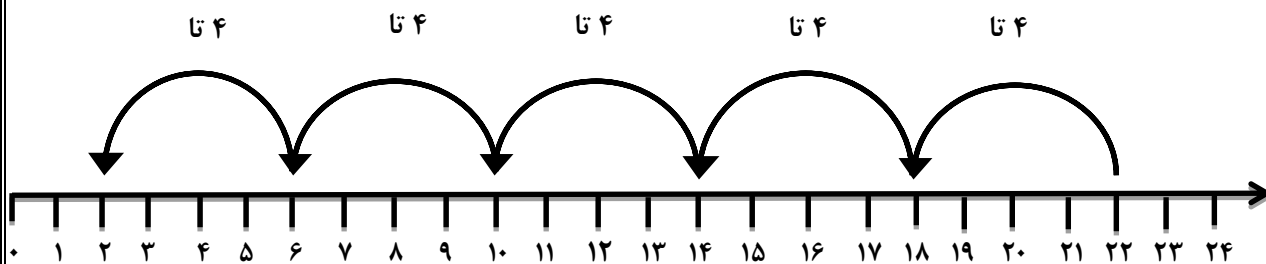
مثال ۲: ۲۴ بر عدد ۶ بخش پذیر است. زیرا در تقسیم

$$\begin{array}{r} ۶ \\ ۲۴ \overline{) ۲۴} \\ \underline{۲۴} \\ ۰ \end{array}$$

باقی مانده صفر است.

توجه: به کمک تفریق هم می توان خارج قسمت و باقی مانده تقسیم را یافت.

مثال ۳: برای تقسیم $۲۲ \div ۴$ می توان از روش تفریق و به کمک رسم محور خارج قسمت و باقی مانده را یافت کافی است. محور اعداد رسم کنید.



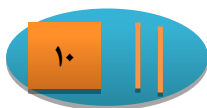
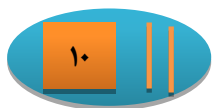
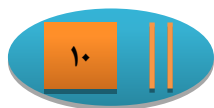
$$۲۲ - ۴ = ۱۸ \text{ و } ۱۸ - ۴ = ۱۴ \text{ و } ۱۴ - ۴ = ۱۰ \text{ و } ۱۰ - ۴ = ۶ \text{ و } ۶ - ۴ = ۲$$

تعداد تفریق ها یعنی ۵ خارج قسمت تقسیم است و جواب آخرین تفریق یعنی عدد ۲ باقی مانده تقسیم است.

۳- تقسیم عددهای چند رقمی بر یک رقمی که خارج قسمت چند رقمی است (صفحه ۶۴ تا صفحه ۶۷)

مثال ۱: ۴۸ مداد داریم و می خواهیم آن ها را بطور مساوی بین ۴ نفر تقسیم کنیم به هر نفر چند مداد می رسد.

حل: چهار ظرف به عنوان چهار نفر در نظر می گیریم چون ۴۸ دارای ۴ دسته ۱۰ تایی است اول دسته ده تایی ها را روی این ظرف ها (بین افراد) تقسیم می کنیم به هر نفر یک دسته ۱۰ تایی می رسد. سپس ۸ تا یکی را بین این چهار نفر (درون این ظرف ها) تقسیم می کنیم و به هر نفر (ظرف) ۲ مداد می رسد.



پس به هر نفر ۱۲ مداد می رسد که به صورت مقابل تقسیم می نویسیم.

$$\begin{array}{r} ۴۸ \\ -۴۰ \\ \hline ۸ \end{array} \quad \begin{array}{r} ۴ \\ ۱۰ \end{array} \quad 71$$

مثال ۲: عدد ۴۸ را بر عدد ۲ تقسیم کنید.

حل:

$$\begin{array}{r}
 48 \quad | \quad 2 \\
 -40 \quad 20 \\
 \hline
 8 \quad +4 \\
 -8 \quad 24 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

از مثال ۱ و ۲ نتیجه می گیریم که ۴۸ بر دو عدد ۲ و ۴ بخش پذیر است

مثال ۳: عدد ۷۳۷ را بر عدد ۳ تقسیم کنید.

جواب:

$$\begin{array}{r}
 737 \quad | \quad 3 \\
 -600 \quad 200 \\
 \hline
 137 \quad +40 \\
 -120 \quad 5 \\
 \hline
 17 \quad 245 \\
 -15 \\
 \hline
 2
 \end{array}$$

توجه: برای تدریس تقسیم عدد چند رقمی بر یک رقمی لازم است که صفحات ۵۶ و ۵۷ و ۵۸ و ۵۹ را تدریس کرده باشیم در این صفحات

۱- تقریب (گرد کردن) اعداد یادآوری می شود.

۲- حاصل ضرب عدد یک رقمی در مضارب ۱۰ و ۱۰۰ یادآوری می شود.

۳- به کمک حاصل ضرب عدد یک رقمی در مضارب ۱۰ و ۱۰۰ می توان تقسیم های زیر را به راحتی انجام داد.

$4 \div 2 = 2$	$6 \div 3 = 2$	$8 \div 2 = 4$	$8 \div 4 = 2$
$40 \div 2 = 20$	$60 \div 3 = 20$	$80 \div 2 = 40$	$80 \div 4 = 20$
$400 \div 2 = 200$	$600 \div 3 = 200$	$800 \div 2 = 400$	$800 \div 4 = 200$

۴- حاصل تقریبی تقسیم ها را مانند نمونه زیر بدست آوریم.

۲	72	۴
---	----	---

۴۱۲	→	۴۰۰ ÷ ۲ = ۲۰۰	۷۹۴	→	۸۰۰ ÷ ۴ = ۲۰۰
۶۳۱	→	۶۰۰ ÷ ۲۰ = ۳۰	۵۸۷	→	۶۰۰ ÷ ۳۰ = ۲۰
۲۱۰	→	۲۰۰ ÷ ۴ = ۵۰	۳۰۵	→	۳۰۰ ÷ ۶ = ۵۰

با این چهار مرحله می توان تقسیم $۷۳۷ \overline{) ۳}$ را به راحتی یاد گرفت.

مثال ۴:

$\begin{array}{r} ۲۰۹ \overline{) ۲} \\ - ۲۰۰ \quad ۱۰۰ \\ \hline ۹ \quad + ۴ \\ - ۸ \quad \hline ۱ \end{array}$	$\begin{array}{r} ۸۰۵ \overline{) ۸} \\ - ۸۰۰ \quad ۱۰۰ \\ \hline ۵ \end{array}$	$\begin{array}{r} ۷۵۲ \overline{) ۵} \\ - ۵۰۰ \quad ۱۰۰ \\ \hline ۲۵۲ \quad + ۴۰ \\ - ۲۰۰ \quad + ۱۰ \\ \hline ۵۲ \quad ۱۵۰ \\ - ۵۰ \\ \hline ۲ \end{array}$
--	--	--

توجه: تقسیم $۷۵۲ \div ۵$ را می توان به صورت مقابل خلاصه کرد.

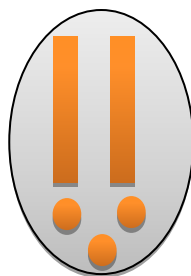
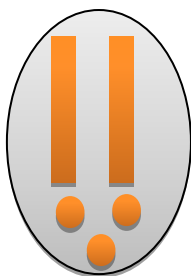
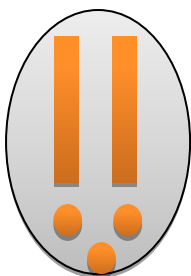
$$\begin{array}{r} ۷۵۲ \overline{) ۵} \\ - ۷۵۰ \quad ۱۵۰ \\ \hline ۲ \end{array}$$

۴- تقسیم عدد چند رقمی بر عدد دو رقمی: برای تسیم عدد چند رقمی بر عدد دو رقمی از رسم شکل استفاده می کنیم.

فرض کنید که دایره کوچک  نشان یکی باشد و مستطیل  نشان یک ده تایی و مربع  نشان یک صد تایی باشد.

مثال ۱: برای تقسیم $۲۳ \overline{) ۶۹}$ شکل رسم می کنیم و به دسته های ۲۳ تایی تقسیم می کنیم و ۶۹ را می توان به سه دسته ۲۳ تایی تقسیم کرد.

پس:



$$\begin{array}{r} ۶۹ \overline{) ۲۳} \\ - ۶۹ \quad ۳ \\ \hline ۰۰ \end{array}$$

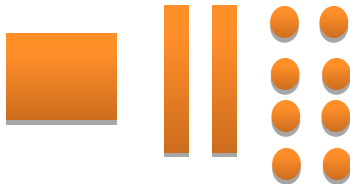
مثال ۲: برای تقسیم $۴۲ \overline{) ۸۷}$ داریم.

پس :

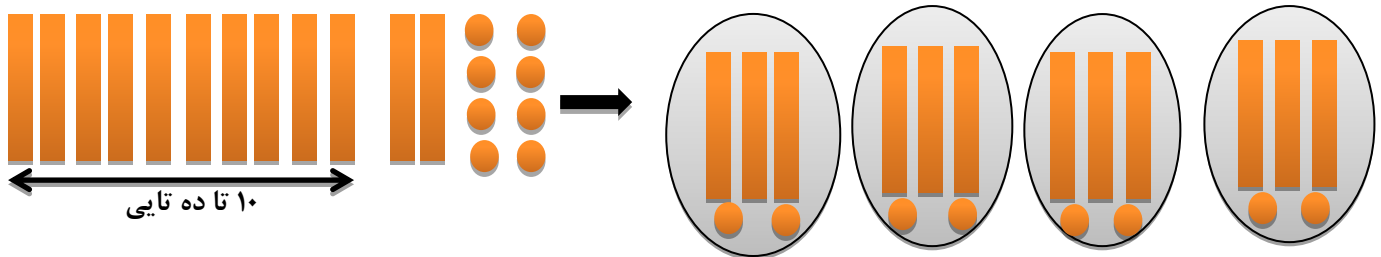
$$\begin{array}{r} ۸۷ \quad | \quad ۴۲ \\ -۸۴ \\ \hline ۳ \end{array}$$



مثال ۳: برای تقسیم ۳۲ | ۱۲۸ داریم.



دسته صد تایی را به دسته های ده تایی تقسیم می کنیم (باز می کنیم) سپس داریم.



پس :

$$\begin{array}{r} ۱۲۸ \quad | \quad ۳۲ \\ -۱۲۸ \\ \hline \dots \end{array}$$

با توجه به سه مثال قبل کشیدن شکل برای هر تقسیم وقت گیر است ، بنابر این از تقسیم تقریبی به صورت زیر استفاده می کنیم تا به یک روش مناسب برسیم.

مثال ۴:

$$\begin{array}{r} ۶۷۵ \quad | \quad ۲۱ \\ -۶۳۰ \\ \hline ۴۵ \\ +۲ \\ \hline ۴۷ \\ -۴۲ \\ \hline ۳ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۶۰۰ \quad | \quad ۲۰ \\ -۶۰۰ \\ \hline \dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۴۰ \quad | \quad ۲۰ \\ -۴۰ \\ \hline \dots \end{array}$$

مثال ۵: چون $۲۳ \times ۴۰ = ۹۲۰ < ۸۷۵$ پس ۴۰ تقریب مناسبی نیست بنابراین این ۳۰ انتخاب می کنیم.

$$\begin{array}{r} ۸۰۰ \quad | \quad ۲۰ \\ -۸۰۰ \quad | \quad ۴۰ \\ \hline \dots \end{array}$$

از ۳۰ استفاده می کنیم

چون $۲۰۷ = ۹ \times ۲۳ < ۱۸۵$ پس عدد ۹ مناسب نیست بنابراین این ۸ استفاده می کنیم.

$$\begin{array}{r} ۸۷۵ \quad | \quad ۲۳ \\ -۶۹۰ \quad | \quad ۳۰ \\ \hline ۱۸۵ \quad | \quad +۸ \\ -۱۸۴ \quad | \quad ۳۸ \\ \hline ۰۰۱ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۱۸۰ \quad | \quad ۲۰ \\ -۱۸۰ \quad | \quad ۹ \\ \hline \dots \end{array}$$

مثال ۶:

$$\begin{array}{r} ۶۷۵۴ \quad | \quad ۲۱ \\ -۶۳۰۰ \quad | \quad ۳۰۰ \\ \hline ۴۷۵ \quad | \quad +۲۰ \\ -۴۲۰ \quad | \quad +۲ \\ \hline ۵۵ \quad | \quad ۳۲۲ \\ -۴۲ \quad | \quad \\ \hline ۱۳ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۶۰۰۰ \quad | \quad ۲۰ \\ -۶۰۰۰ \quad | \quad ۳۰۰ \\ \hline \dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۴۰۰ \quad | \quad ۲۰ \\ -۴۰۰ \quad | \quad ۲۰ \\ \hline \dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۵۰ \quad | \quad ۲۰ \\ -۴۰ \quad | \quad ۲ \\ \hline \dots \end{array}$$

۵- تقسیم عدد چند رقمی بر یک عدد سه رقمی : برای تقسیم عدد چند رقمی بر یک عدد سه رقمی می توان مشابه تقسیم عدد چند رقمی بر یک عدد دو رقمی عمل کرد به عبارت دیگر می توان تقسیم عدد چند رقمی بر یک عدد دو رقمی را به تقسیم عدد چند رقمی بر یک عدد سه رقمی تعمیم داد. در کتاب ریاضی دوره ابتدایی از این نوع تقسیم صحبت شده است.

مثال ۱:

$$\begin{array}{r} ۸۴۴ \quad | \quad ۲۱۱ \quad (\text{ج}) \\ -۸۴۴ \quad | \quad ۴ \\ \hline \dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۷۰۷ \quad | \quad ۱۰۱ \quad (\text{ب}) \\ -۷۰۷ \quad | \quad ۷ \\ \hline \dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۶۹۳ \quad | \quad ۲۳۱ \quad (\text{الف}) \\ -۶۹۳ \quad | \quad ۳ \\ \hline \dots \end{array}$$

مثال ۲: $۷۶۵ > ۱۰۶۴۶ = ۷ \times ۱۵۲$ پس ۷ مناسب نیست با آزمایش و خطا عدد ۵ را انتخاب می کنیم.

$$\begin{array}{r} ۷۶۵ \overline{) ۱۵۲} \\ - ۷۶۰ \\ \hline ۰۰۵ \end{array} \quad \begin{array}{r} ۷۰۰ \overline{) ۱۰۰} \\ - ۷۰۰ \\ \hline ۰۰۰ \end{array}$$

مثال ۳: در الف $۱۲۰۰ = ۶ \times ۲۰۰$ پس عدد ۶ به عنوان خارج قسمت مناسب است. در ب به صورت زیر عمل می کنیم.

$$\begin{array}{r} ۵۹۶۱ \overline{) ۲۳۶} \quad (ب) \\ - ۴۷۲۰ \\ \hline ۱۲۴۱ \\ - ۱۱۸۰ \\ \hline ۰۰۶۱ \end{array} \quad \begin{array}{r} ۲۰ \\ + ۵ \\ \hline ۲۵ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۱۳۴۲ \overline{) ۲۰۴} \quad (الف) \\ - ۱۲۲۴ \\ \hline ۰۰۹۸ \end{array}$$

مثال ۴: تقسیم های زیر را حساب کنید.

$$\begin{array}{r} ۷۳۵۸۵ \overline{) ۲۵۱} \quad (ب) \\ - ۵۰۲۰۰ \\ \hline ۲۳۳۸۵ \\ - ۲۲۵۹۰ \\ \hline ۰۰۷۷۵ \\ - ۷۵۳ \\ \hline ۲۲ \end{array} \quad \begin{array}{r} ۲۰۰ \\ + ۹۰ \\ \hline ۲۹۰ \\ + ۳ \\ \hline ۲۹۳ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۹۴۳۷ \overline{) ۳۱۱} \quad (الف) \\ - ۹۳۳۰ \\ \hline ۰۱۰۷ \end{array}$$

کسر متعارفی

برای آموزش کسر ابتدا باید تقسیم های مساوی و نامتساوی را به طور مجسم (یعنی استفاده از اشیاء مانند کیک، سیب درختی، بیسکویت، مربع، مستطیل، دایره و نوار کاغذی و ...) و نیمه مجسم (یعنی استفاده از اشکال) با اجسام و اشکالی که دانش آموزان با آن ها سروکار دارند صحبت به میان آورد و این اجسام و اشکال را به قسمت های متساوی و همچنین قسمت های نامتساوی تقسیم کرد تا دانش آموزان با قسمت های متساوی آشنا گردند و نصف کردن کیک و سیب و سه قسمت کردن و چهار قسمت کردن این اجسام و اشکال را تجربه کنند.

مثال ۱: یک قطعه زمین کشاورزی را نصف کردند و در نیمی از آن هویج کاشتند و نیم دیگرش را به سه قسمت مساوی تقسیم کردند و در یک قسمت آن پیاز کاشتند. (کتاب ریاضی پایه سوم صفحه ۴۴)

جاهای خالی زیر را کامل کنید.

هویج	پیاز
هویج	
هویج	

..... قسمت از قسمت مساوی هویج کاشته اند.

..... قسمت از قسمت مساوی پیاز کاشته اند.

..... قسمت از قسمت مساوی چیزی کاشته نشده است.

این مثال را به کمک راهبرد رسم شکل حل می کنیم

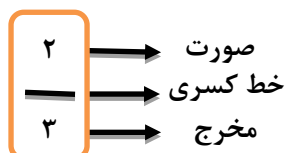
سوال اول دو جواب دارد ۱ قسمت از ۲ قسمت و ۳ قسمت از ۶ قسمت که در آینده به کمک تساوی کسرها هر دو جواب یکسان و برابر هستند.

مثال ۲: یک مربع را به ۴ قسمت مساوی تقسیم کرده ایم و هر قسمت آن را نیز به ۴ قسمت مساوی تقسیم کرده ایم. این مربع به چند قسمت مساوی کوچک تقسیم شده است؟

با راهبرد رسم شکل به جواب ۱۶ قسمت مساوی می رسیم.

با حل مسائل صفحه ۴۴ و ۴۵ و انجام فعالیت صفحه ۴۶ به معرفی کسر می پردازیم.

(در ریاضی، ۲ قسمت از ۳ قسمت مساوی را با $\frac{2}{3}$ نشان می دهیم و به آن یک کسر می گوئیم و آن را دو سوم می خوانیم).



بعد از معرفی کسر از دانش آموزان می خواهیم تا مسائل صفحه ۴۴ و ۴۵ و فعالیت کلاسی صفحه ۴۶ را به صورت کسر نمایش دهند یعنی جواب ها را به صورت کسر بنویسند و از دانش آموزان می خواهیم که کار در کلاس صفحه ۴۷ و تمرین صفحه ۴۸ را حل کنند. (کار در کلاس در کلاس و تمرین در خانه).

توجه: از اندازه گیری و محور اعداد برای معرفی کسر استفاده می کنیم و از کسر برای اندازه گیری کمک می گیریم یعنی یکی از کاربردهای کسر در اندازه گیری است صفحه ۴۹ ریاضی پایه سوم. (استفاده از سانتی متر و میلی متر)

تساوی کسرها: برای تدریس تساوی دو کسر $\frac{1}{2}$ و $\frac{2}{4}$ می توان از دو روش زیر استفاده کرد (روش های دیگری هم وجود دارد)

روش اول: یک نوار کاغذی (مقوا) را سر کلاس درس می آوریم و از یک دانش آموز می خواهیم که نصف این نوار کاغذی را رنگ کند و از اون می خواهیم کسر مربوطه (رنگ شده) را بنویسد. سپس آن نوار را طوری تا می کنیم که به چهار قسمت تقسیم شود و از دانش آموزان می خواهیم دوباره کسر رنگ شده را با توجه به چهار قسمت شدن بنویسند و این دو کسر را در کنار هم می نویسیم و با توجه به اینکه قسمت رنگ شده ثابت مانده است دانش آموزان پی می برند که :

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

روش دوم: دو نوار کاغذ که با هم برابرند را به دو دانش آموز می دهیم و از آن ها می خواهیم نفر اول نصف نوار را رنگ کند و نفر دوم با خط کش

نوار را به چهار قسمت مساوی تقسیم کرده و دو قسمت از آن را رنگ کند و کسرهای مربوطه را روی تخته می نویسیم و معلوم می شود: $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

در صفحه ۵۲ کتاب ریاضی پایه سوم ابتدایی یک فعالیت آمده که با حل آن توسط دانش آموز با تعدادی از کسر های مساوی آشنا می شود.

کسر واحد: در صفحه ۵۳ کتاب ریاضی پایه سوم (کار در کلاس) دانش آموزان با کسر $\frac{3}{4} = \frac{3}{4} = 1$ آشنا می شوند.

یک دایره را به چهار قسمت مساوی تقسیم می کنیم و هر بار یک قسمت آن را رنگ می زنیم (با یک رنگ) و برای هر بار رنگ کردن کسر آن را می نویسیم و کسر های $\frac{1}{4}$ و $\frac{2}{4}$ و $\frac{3}{4}$ و $\frac{4}{4}$ می نویسیم. و همین کار را برای کسر های $\frac{1}{3}$ و $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{3}$ انجام می دهیم. یعنی یک دایره را به سه قسمت مساوی تقسیم می کنیم و هر بار یک قسمت آن را رنگ می زنیم و کسر های آن را می نویسیم.

مقایسه کسر ها

الف) کسر هایی که صورت متساوی دارند (صفحه ۵۵ کتاب ریاضی پایه سوم) مانند $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{3}$ دو شکل هم اندازه را به دو دانش آموز می دهیم و از یکی می خواهیم $\frac{1}{4}$ و از دیگری می خواهیم $\frac{1}{3}$ شکل را رنگ آمیزی کند و این دو دانش آموز شکل هایی که رنگ کرده اند را به دیگر دانش آموزان نشان می دهند و دانش آموزان تشخیص می دهند که $\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$ و سپس قانون آن یعنی (در دو کسر با صورت مساوی کسری کوچک تر است که مخرج بزرگ تری داشته باشد) توسط دانش آموزان بیان می گردد

ب) کسر هایی که مخرج آن ها مساوی است مانند $\frac{2}{4}$ و $\frac{3}{4}$ دو شکل مثل هم را به چهار قسمت مساوی تقسیم می کنیم و یکی را دو قسمت آن و دیگری را سه قسمت آن رنگ می زنیم دانش آموزان متوجه می شوند که $\frac{3}{4} > \frac{2}{4}$ ((در کسر با مخرج های مساوی آن کسر بزرگ تر است که صورت آن بزرگ تر است))

ج) کسر هایی که مخرج آن ها و صورت آن ها متساوی نیست (صفحه ۵۶ ریاضی پایه سوم) با رسم شکل و رنگ کردن می توان این نوع کسر ها را با هم مقایسه کرد. مانند $\frac{2}{6}$ و $\frac{3}{4}$. دو شکل به اندازه هم را یکی به چهار قسمت و سه قسمت آن را رنگ می کنیم و دیگری به شش قسمت و دو قسمت آن را رنگ می زنیم و این دو شکل را کنار هم قرار می دهیم و می بینیم که $\frac{3}{4} > \frac{2}{6}$

در کلاس چهارم دبستان با هم مخرج کردن دو کسر صفحه ۳۷ می توان دو کسر را با هم مقایسه کرد و سپس از حالت ب کمک می گیریم

$$\frac{8}{12} = \frac{2}{3} < \frac{3}{4} = \frac{9}{12} \quad \text{مانند: } \frac{3}{4} \text{ و } \frac{2}{3}$$

$$\frac{6}{14} = \frac{3}{7} < \frac{9}{14} \quad \text{مانند: } \frac{9}{14} \text{ و } \frac{3}{7}$$

تبصره ۱: معرفی $\frac{1}{4}$ نیم و $\frac{1}{3}$ ثلث، $\frac{1}{4}$ ربع و $\frac{1}{5}$ خمس در کتاب ریاضی سال چهارم ابتدایی صفحه ۴۱ (در حل تمرین آمده است) با رسم شکل و رنگ کردن به معرفی آن ها می پردازیم.

تبصره ۲: در نمایش کسر از روی شکل برای رنگ آمیزی پیشنهاد می گردد که برای ساختن شکل ها از مقوای زمینه سفید استفاده کنید تا بتوان از هر رنگی برای رنگ آمیزی آن استفاده کرد.

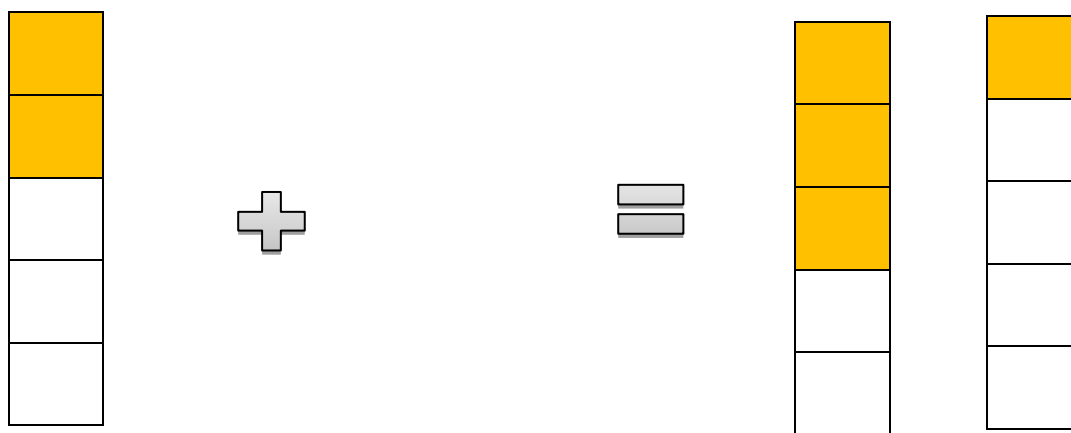
جمع و تفریق کسر ها: جمع و تفریق کسر ها طی سه مرحله زیر آموزش می دهیم.

الف) جمع و تفریق کسر های که مخرج آن ها مساوی است .

روش اول به کمک رسم شکل:

نمونه اول $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}$ ، سه شکل هم اندازه مثلا مستطیل را به کلاس می بریم و از دو دانش آموز می خواهیم که این مستطیل را به ۵ قسمت مساوی تقسیم کنند و $\frac{2}{5}$ از یک مستطیل و $\frac{1}{5}$ از مستطیل دیگری را رنگ کنند .

سپس این دو دانش آموز می خواهیم که به اندازه قسمت های رنگ شده این دو مستطیل سوم رنگ بزنند و کسرهای مربوطه را با هم جمع کنند

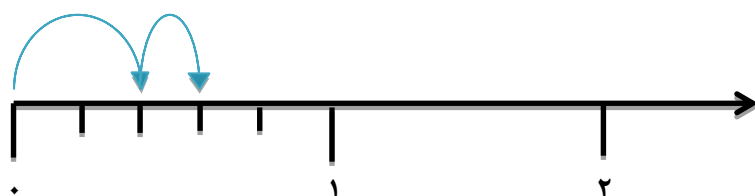


$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

توجه : می توان به جای سه مستطیل از یک مستطیل استفاده کرد و دانش آموز اول دو قسمت و دانش آموز دوم یک قسمت آن را رنگ می کنند و سپس از دانش آموزان دیگر می خواهیم که بگویند چه کسری از این مستطیل رنگ شده است . یعنی : $\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$

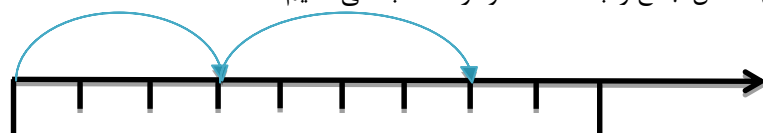
نمونه ۲ : $\frac{3}{9} + \frac{4}{9}$ یک مربع را به ۹ قسمت مساوی تقسیم می کنیم و از دو دانش آموز می خواهیم که یک نفر $\frac{3}{9}$ این مربع و دیگری $\frac{4}{9}$ مربع را رنگ کنند و از دانش آموز دیگر می خواهیم که برای این مربع یک جمع بنویسد $\frac{3}{9} + \frac{4}{9} = \frac{7}{9}$

روش دوم : رسم محور، یک محور اعداد رسم می کنیم و یک واحد این محور را از ۰ تا ۱ را به ۵ قسمت تقسیم می کنیم . و جمع $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}$ روی محور پیاده می کنیم (با استفاده از دانش آموزان)



$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

و برای جمع $\frac{3}{9} + \frac{4}{9}$ یک محور اعداد را رسم می کنیم. سپس حاصل جمع را به کمک نمودار محاسبه می کنیم.



$$\frac{3}{9} + \frac{4}{9} = \frac{7}{9}$$

نمونه ۳: (تفریق) رسم شکل: $\frac{4}{5} - \frac{3}{5}$ یک مستطیل را به ۵ قسمت مساوی تقسیم می کنیم و از یک دانش آموز می خواهیم که ۴ قسمت آن را رنگ کند و از دانش آموز دیگر می خواهیم که ۳ قسمت از قسمت های رنگ شده را با گذاشتن علامت \times روی آن حذف کند و سپس می پرسیم چه کسری از قسمت های رنگ شده باقی مانده است.

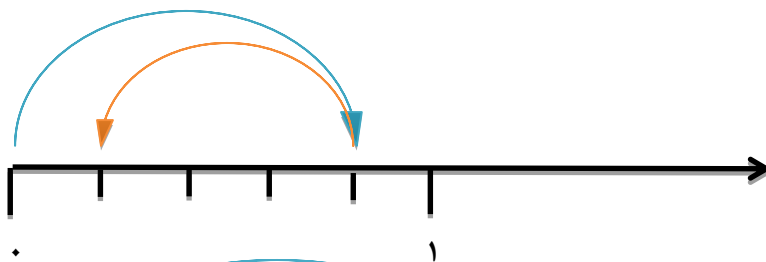


$$\frac{4}{5} - \frac{3}{5} =$$

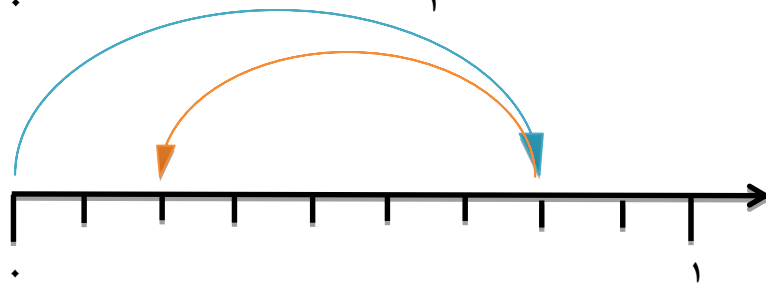
نمونه ۴ (تفریق) رسم شکل : $\frac{7}{9} - \frac{5}{9}$ یک مستطیل را به ۹ قسمت مساوی تقسیم می کنیم و از یک دانش آموز می خواهیم که ۷ قسمت آن را رنگ بزند و از دانش آموز دیگر می خواهیم که ۵ قسمت از قسمت های رنگ شده را (با گذاشتن علامت \times) حذف کند و سپس تفریق حاصل را جواب دهد.



رسم نمودار تفریق $\frac{4}{5} - \frac{3}{5}$ و $\frac{7}{9} - \frac{5}{9}$



$$\frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$$



$$\frac{7}{9} - \frac{5}{9} = \frac{2}{9}$$

نتیجه : با انجام فعالیت صفحه ۳۰ و کار در کلاس صفحه ۳۱ دانش آموزان به نتیجه زیر می رسند.

برای جمع دو کسر با مخرج مساوی یک کسر می نویسیم که مخرج آن با مخرج دو کسر قبلی مساوی باشد سپس صورت این کسر باید برابر باشد با جمع در صورت کسر های قبلی یا برای جمع دو کسر با مخرج کسری مساوی فقط صورت کسر ها را با هم جمع می کنیم و مخرج کسر ها را می نویسیم .

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3+1}{5} = \frac{4}{5} \quad \text{و} \quad \frac{3}{9} + \frac{4}{9} = \frac{3+4}{9} = \frac{7}{9}$$

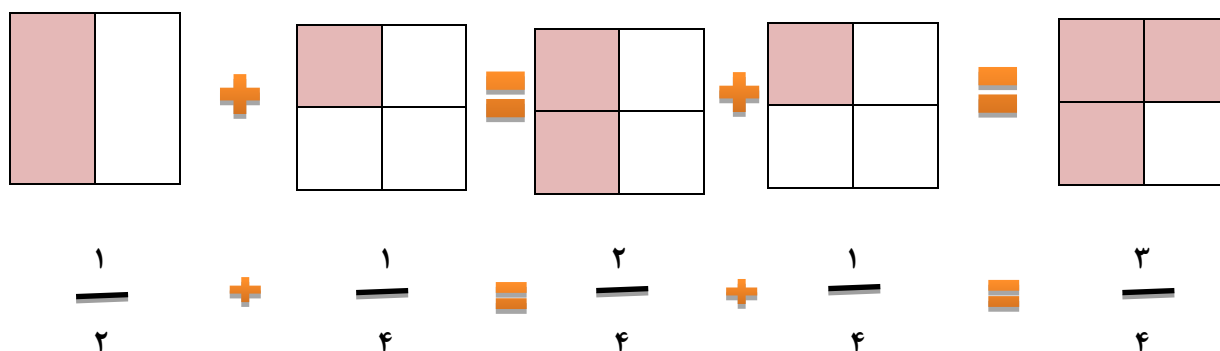
و برای تفریق دو کسر با مخرج کسر مساوی، صورت کسر ها را از هم کم می کنیم و مخرج کسر ها را می نویسیم.

$$\frac{7}{9} - \frac{5}{9} = \frac{7-5}{9} = \frac{2}{9} \quad \text{و} \quad \frac{4}{5} - \frac{1}{5} = \frac{4-1}{5} = \frac{3}{5}$$

ب) جمع و تفریق دو کسر که مخرج یکی از کسر ها بر مخرج کسر دیگر بخش پذیر باشد. صفحه ۳۶ و ۳۷ کتاب ریاضی چهارم ابتدایی)
برای جمع و تفریق هایی که مخرج یک کسر بر مخرج کسر دیگر بخش پذیر باشد از تساوی کسر کمک می گیریم.

مثال ۱: حاصل جمع $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ را بیابید. برای کسر $\frac{1}{4}$ معادل آن $\frac{2}{8}$ می نویسیم (این کسر معادل های دیگری مانند $\frac{3}{6}$ ، $\frac{4}{8}$ و ... نیز دارد ولی $\frac{2}{4}$ انتخاب می کنیم زیرا که می خواهیم مخرج دو کسر را یکسان کنیم. به اصطلاح مخرج مشترک بگیریم: پس

از روی شکل هم به همین صورت انجام می شود. برای این مثال دو شکل هم اندازه در نظر می گیریم. یکی را به دو قسمت و دیگری را به چهار قسمت تقسیم می کنیم و کسر $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{4}$ را نمایش می دهیم.



می توان از دانش آموزان خواست که در مراحل جمع به کمک شکل همکاری کنند.

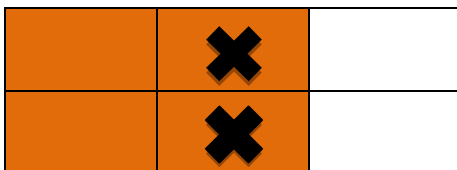
مثال ۲:

$$\frac{2}{3} + \frac{4}{21} = \frac{14}{21} + \frac{4}{21} = \frac{18}{21} \quad \frac{3}{18} + \frac{5}{16} = \frac{6}{16} + \frac{5}{16} = \frac{11}{16}$$

در تفریق هم از تساوی کسر ها استفاده می کنیم

مثال ۳: حاصل تفریق $\frac{4}{6} - \frac{1}{3}$ را حساب کنید.

از طریق شکل : اول کسر $\frac{4}{6}$ را از طریق شکل نشان می دهیم و یک شکل می کشیم (مثلاً یک مستطیل) و آن را به شش قسمت تقسیم می کنیم و چهار قسمت آن را رنگ می زنیم سپس یک قسمت از سه قسمت (معادل آن دو قسمت از شش قسمت) را حذف می کنیم .



می توان در کلاس درس برای رسم شکل و نمایش کسر از دانش آموزان کمک گرفت .

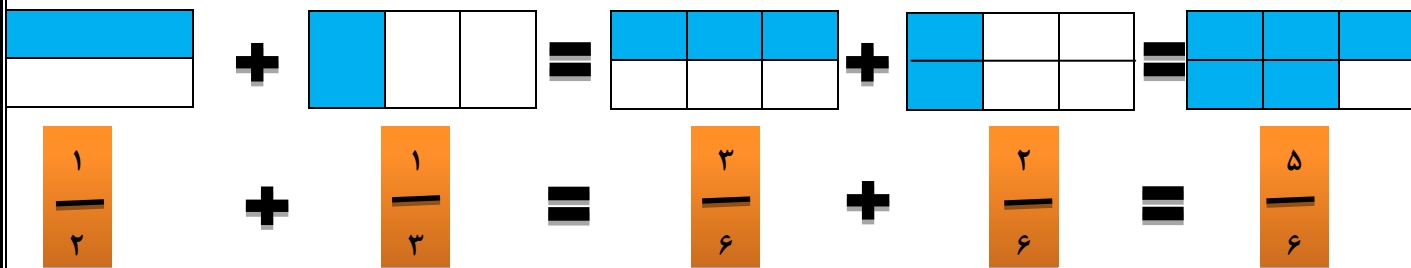
مثال ۴ :

$$\frac{7}{8} - \frac{3}{4} = \frac{7}{8} - \frac{6}{8} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{7}{9} - \frac{1}{3} = \frac{7}{9} - \frac{3}{9} = \frac{4}{9}$$

(ج) جمع و تفریق کسر های که مخرج متفاوت دارند و به هم بخش پذیر نیستند . در این مثال از بخش پذیر اعداد استفاده می کنیم (یعنی دانش آموزان باید بخش پذیری و مضرب اعداد را آموزش دیده باشند) .

مثال ۱: در جمع $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ از دانش آموزان می خواهیم که کسر $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ را نمایش دهند . سپس معادل این دو کسر را بنویسند طوری که مخرج دو کسر یکسان باشد .



یعنی یک عدد پیدا کنند که بر ۲ و ۳ بخش پذیر باشد (یا یک عدد بیابند که هم مضرب ۲ و هم مضرب ۳ باشند) این عدد ۶ است (توجه اعداد ۱۲، ۱۸ و ... هم وجود دارد که عدد ۶ را انتخاب می کنیم یعنی بین این اعداد کوچک ترین آن ها یا کوچک ترین مضرب مشترک دو عدد انتخاب می کنیم) .

مثال ۲ :

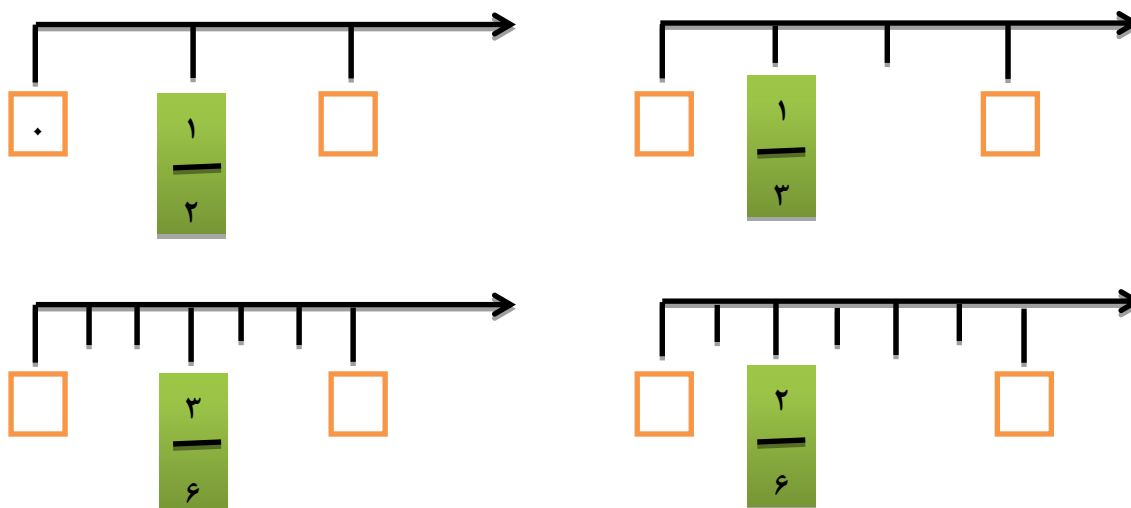
$$\frac{3}{4} + \frac{2}{6} = \frac{9}{12} + \frac{4}{12} = \frac{13}{12}$$

$$\frac{3}{5} + \frac{2}{3} = \frac{9}{15} + \frac{10}{15} = \frac{19}{15}$$

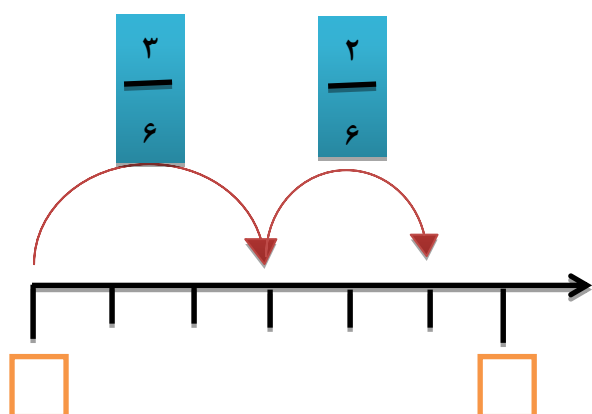
تبصره : در کتاب ریاضی پنجم ابتدایی صفحه ۲۷ از طریق فعالیت این نوع جمع از دو روش (روش رسم شکل و رسم محور) تدریس می گردد .

مثال ۳ : حاصل جمع $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ را به کمک محور به دست آورید .

حل : دو محور جداگانه رسم می کنیم و روی آن ها $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ را نمایش می دهیم . سپس معادل این دو کسر را روی محور نمایش می دهیم.



سپس هر دو محور را به یک محور تبدیل می کنیم و حاصل جمع را می یابیم.



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{6} + \frac{2}{6} = \frac{4}{6}$$

تفریق دو کسر که مخرج متفاوتی دارند . و بر هم بخش پذیر نیستند . همانند جمع از هم مخرج کردن استفاده می کنیم (کوچک ترین مضرب مشترک یا کوچک ترین عددی که بر هر دو مخرج بخش پذیر باشد).

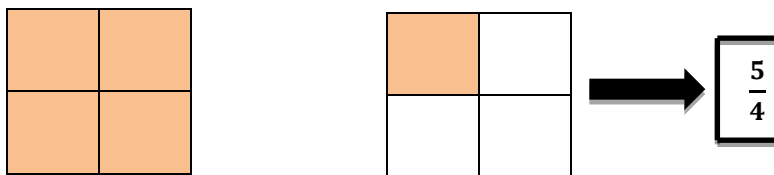
مثال ۱ :

مثال ۲ :

مثال ۳ :

کسر های بزرگ تر از واحد و عدد مخلوط : کسری که صورت آن بزرگ تر از مخرجش باشد را کسر بزرگ تر از واحد می نامیم. مانند $\frac{5}{4}$ یعنی یک واحد کامل و $\frac{1}{4}$ از یک واحد و نمایش دیگری برای کسر بزرگ تر از واحد وجود دارد که آن را عدد مخلوط می نامیم .

یعنی:

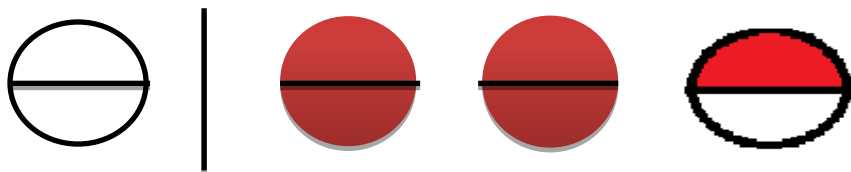


$$\left(\frac{5}{4} = 1 + \frac{1}{4} = 1\frac{1}{4} \right) \text{ به کمک جمع } \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

برای تدریس عدد مخلوط یا معرفی عدد مخلوط می توان با کشیدن شکل از دانش آموزان خواست که کسر مربوط هر شکل را بنویسند .

مثال ۱: برای شکل مقابل با توجه به واحد آن یک کسر بنویسید.

نفر اول : جواب می دهد $\frac{5}{4}$



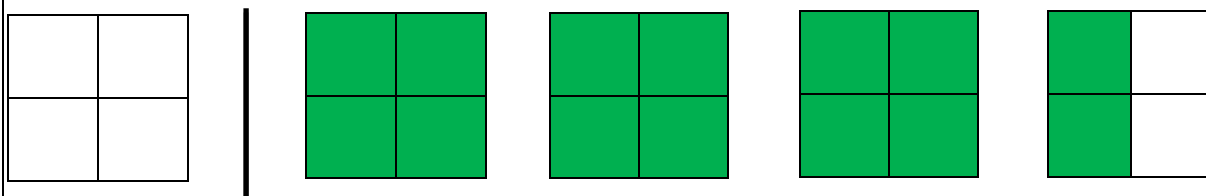
نفر دوم : جواب می دهد $1\frac{1}{2}$ هر دو جواب یکسان هستند و $\frac{5}{4}$ کسر بزرگ تر از واحد است که نمایش دیگر آن عدد مخلوط $1\frac{1}{2}$ است یعنی ۲ واحد کامل و $\frac{1}{2}$ از یک واحد.

مثال ۲ : کسر مناسب برای شکل زیر را بنویسید .

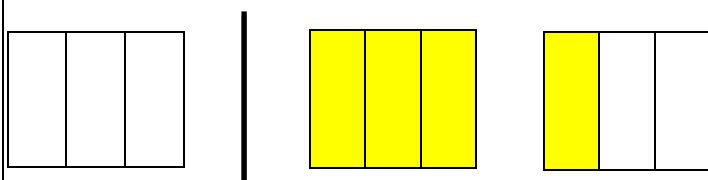
نفر دوم : $3\frac{2}{4}$

نفر اول : $\frac{14}{4}$

جواب :



مثال ۳ : کسر مناسب برای شکل زیر بنویسید .



نفر دوم $1\frac{1}{3}$

نفر اول $\frac{4}{3}$

جواب:

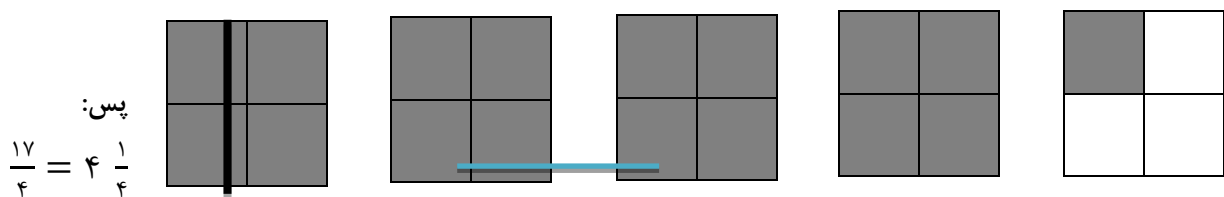
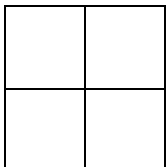
توجه: در عدد مخلوط $3\frac{2}{4}$ به عدد ۳ قسمت صحیح و $\frac{2}{4}$ را قسمت کسر عدد مخلوط می‌نامیم.

تبدیل کسر به عدد مخلوط

روش اول با استفاده از رسم شکل: یعنی برای کسر داده شده شکلی می‌کشیم که کسر را نمایش دهد، سپس از روی شکل عدد مخلوط را می‌نویسیم.

مثال ۱: کسر $\frac{17}{4}$ را به صورت عدد مخلوط بنویسید.

حل: $\frac{17}{4}$ یعنی ۱۷ تا $\frac{1}{4}$ که می‌شود ۴ واحد کامل و $\frac{1}{4}$ واحد



روش دوم: با استفاده از تقسیم، صورت را بر مخرج تقسیم می‌کنیم و خارج قسمت تقسیم قسمت صحیح عدد مخلوط و باقی مانده را به صورت کسر می‌نویسیم و قسمت کسری عدد مخلوط می‌باشد.

مثال ۲: کسر $\frac{17}{4}$ را به صورت عدد مخلوط بنویسید.

حل: ۱۷:

$$\begin{array}{r} 17 \quad 4 \\ -16 \quad 4 \\ \hline 01 \end{array} \quad \longrightarrow \quad \frac{17}{4} = 4\frac{1}{4}$$

مثال ۳: کسر $\frac{14}{3}$ را به صورت عدد مخلوط بنویسید.

$$\begin{array}{r} 14 \quad 3 \\ -12 \quad 4 \\ \hline 02 \end{array} \quad \longrightarrow \quad \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$$

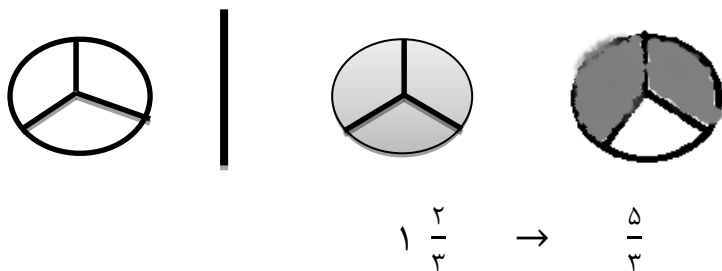
تبدیل عدد مخلوط به کسر

روش اول رسم شکل : یعنی برای عدد مخلوط داده شده یک شکل که نمایش عدد مخلوط است را رسم می کنیم سپس از روی شکل کسر مربوطه را می نویسیم.

مثال ۱ : عدد مخلوط $۱\frac{۲}{۳}$ را به صورت کسر بزرگ تر از واحد بنویسید.

توجه: $۱\frac{۲}{۳}$ یعنی ۵ تا $\frac{۱}{۳}$ پس داریم .

حل :



روش دوم با استفاده از ضرب و جمع : قسمت صحیح را در مخرج ضرب می کنیم و سپس حاصل را با صورت کسر مخلوط جمع می کنیم.

مثال ۲ : عدد مخلوط $۱\frac{۲}{۳}$ را به صورت کسر بزرگ تر از واحد بنویسید .

$$1\frac{2}{3} \rightarrow \{1 \times 3 = 3\}$$

$$\{3 + 2 = 5\}$$



$$1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

مثال ۳ : عدد های مخلوط داده شده را به صورت کسر بزرگ تر از واحد بنویسید.

$$2\frac{3}{4} \rightarrow \{2 \times 4 = 8\}$$

$$\{8 + 3 = 11\}$$



$$2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}$$

$$2\frac{2}{9} \rightarrow \{2 \times 9 = 18\}$$

$$\{18 + 2 = 20\}$$



$$2\frac{2}{9} = \frac{20}{9}$$

مقایسه دو عدد مخلوط : برای مقایسه دو عدد مخلوط می توان از روش رسم شکل ، تبدیل به کسر استفاده کرد که قبلا در کسر ها به آن

پرداخته ایم . در این قسمت روش سوم به صورت زیر معرفی می کنیم .

توجه: اول به قسمت صحیح دو عدد مخلوط نگاه می کنیم . عدد مخلوطی بزرگ تر است که قسمت صحیح آن بزرگ تر باشد . اگر قسمت صحیح دو عدد مخلوط با هم برابر باشند عدد مخلوطی بزرگ تر است که قسمت کسری آن بزرگ تر باشد..

مثال : در جا های خالی علامت $>$ ، $=$ یا $<$ قرار دهید.

(الف) $4\frac{1}{2}$ $3\frac{1}{3}$

(ب) 4 $3\frac{4}{5}$

(ج) $2\frac{2}{3}$ $2\frac{2}{5}$

حل : در قسمت الف) $4\frac{1}{2}$ بزرگ تر از $3\frac{1}{3}$ است چون قسمت صحیح $4\frac{1}{2}$ از قسمت صحیح $3\frac{1}{3}$ بزرگ تر است.

در قسمت ب) هم به همین صورت.

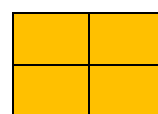
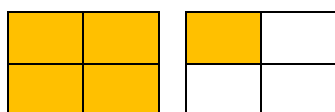
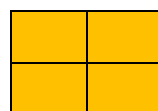
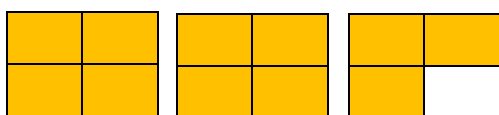
در قسمت ج) قسمت صحیح هر دو عدد با هم مساوی است و چون $\frac{2}{3}$ از $\frac{2}{5}$ بزرگ تر است ، پس

جمع و تفریق دو عدد مخلوط

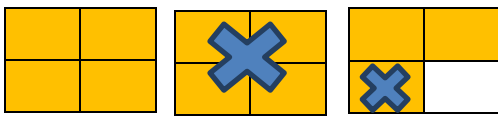
روش اول : برای جمع و تفریق دو عدد مخلوط می توان اعداد مخلوط را به صورت کسر های بزرگ تر از واحد نوشت سپس از طریق جمع و تفریق کسر ها حاصل جمع و تفریق دو عدد مخلوط را یافت.

روش دوم : به وسیله رسم شکل : می توان جمع و تفریق دو عدد مخلوط را حساب کرد . از روش رسم شکل برای جمع و تفریق های اعداد مخلوطی استفاده می کنیم که قسمت کسری آن ها از یک واحد باشند .

مثال ۱ : $2\frac{3}{4} + 1\frac{1}{4} = 4$



مثال:



$$2\frac{3}{4} - 1\frac{1}{4} = 1\frac{2}{4}$$

روش سوم: در جمع اول قسمت صحیح عدد مخلوط را با هم جمع می کنیم و قسمت کسری دو عدد مخلوط را با هم جمع می کنیم . سپس حاصل این دو مقدار را با هم جمع می کنیم.

مثال ۲:

الف) $2\frac{3}{4} + 1\frac{1}{4} = (2 + 1) + \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right) = 3 + 1 = 4$

ب) $6\frac{2}{5} + 2\frac{1}{3} = (6 + 2) + \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{3}\right) = 8 + \frac{6}{15} + \frac{5}{15} = 8 + \frac{11}{15} = 8\frac{11}{15}$

در تفریق اگر قسمت کسری عدد اول بزرگ تر از قسمت کسری عدد دوم باشد همانند جمع عمل می کنیم با این تفاوت که بجای جمع کردن ، قسمت صحیح ها را از هم کم می کنیم و قسمت کسری ها هم از هم کم می کنیم و حاصل را با هم جمع می کنیم .

مثال ۳:

الف) $2\frac{3}{4} - 1\frac{1}{4} = (2 - 1) + \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4}\right) = 1 + \frac{2}{4} = 1\frac{2}{4}$

ب) $6\frac{2}{5} - 2\frac{1}{3} = (6 - 2) + \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{3}\right) = 4 + \left(\frac{6}{15} - \frac{5}{15}\right) = 4 + \frac{1}{15} = 4\frac{1}{15}$

مثال ۴:

الف) $7\frac{2}{3} - 5 = (7 - 5) + \frac{2}{3} = 2 + \frac{2}{3} = 2\frac{2}{3}$

ب) $4\frac{1}{4} - 3 = (4 - 3) + \frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{4} = 1\frac{1}{4}$

توجه: اگر قسمت کسری عدد دوم بزرگ تر از قسمت کسری عدد اول باشد بعد از اینکه قسمت صحیح دو عدد مخلوط را از هم کم کردیم یک واحد کامل به قسمت کسری عدد اول می دهیم تا قسمت کسری عدد اول بزرگ تر از قسمت کسری عدد دوم شود . (نمونه های زیر)

مثال ۵:

الف) $4\frac{1}{3} - 1\frac{2}{3} = (4 - 1) + \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{3}\right) = 3 + \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{3}\right) = 2 + \left(1 + \frac{1}{3} - \frac{2}{3}\right) = 2 + \left(\frac{4}{3} - \frac{2}{3}\right) = 2 + \frac{2}{3} = 2\frac{2}{3}$

ب) $8 - 3\frac{1}{4} = (8 - 3) + \left(1 - \frac{1}{4}\right) = 5 + \frac{3}{4} = 5\frac{3}{4}$

$$\text{ج) } 8\frac{1}{10} - 2\frac{7}{10} = (8 - 2)$$

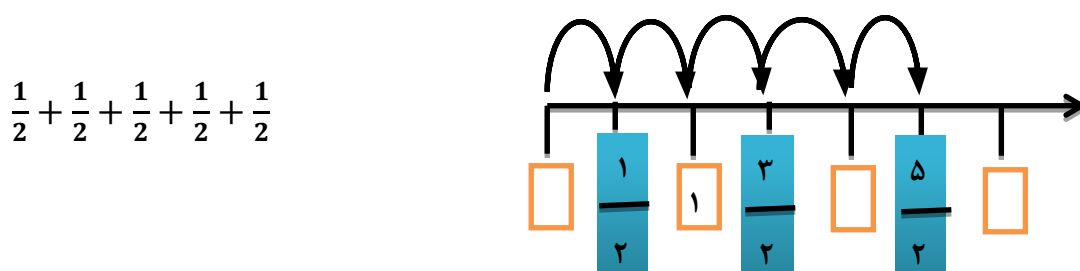
$$\text{د) } 3\frac{1}{4} - 1\frac{2}{3} = (3 - 1) +$$

یک واحد کامل (معادل $\frac{12}{12}$ به $\frac{3}{12}$) اضافه کرده ایم.

ضرب کسر ها : برای تدریس ضرب کسر ها در مرحله اول باید ضرب عدد در کسر را تدریس کنیم.

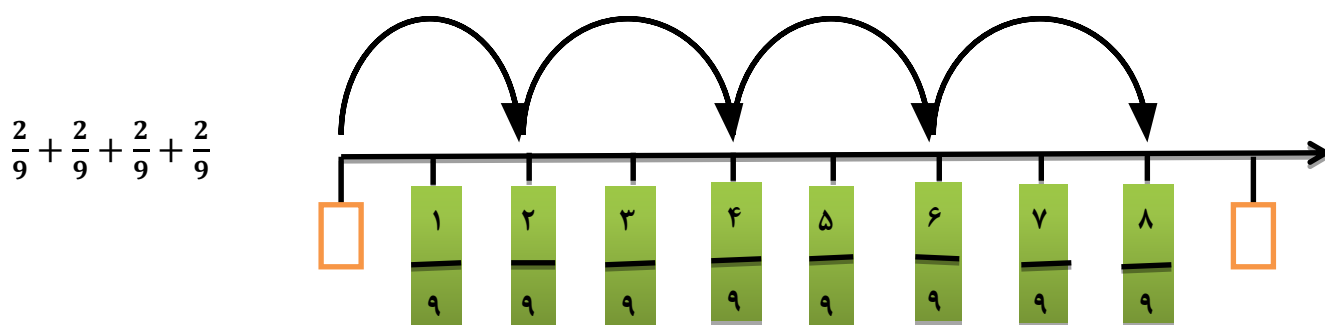
الف) ضرب عدد در کسر . ضرب عدد در کسر هم در کتاب ریاضی چهارم ابتدایی و هم در کتاب ریاضی پنجم ابتدایی آمده است . برای تدریس ضرب عدد در کسر از تکرار جمع کسر ها استفاده می کنیم.

مثال ۱ : حاصل جمع کسر ها را روی محور به دست آورید (از دانش آموزان به عنوان حل فعالیت استفاده می کنیم).



باید ۵ تا $\frac{1}{2}$ را با هم جمع کنیم به عبارت دیگر ۵ تا $\frac{1}{2}$ یعنی $\frac{5}{2}$ پس $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 5 \times \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

مثال :



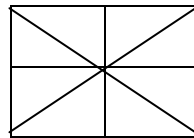
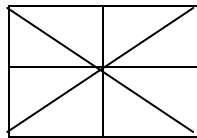
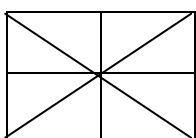
باید ۴ تا $\frac{2}{9}$ را با هم جمع کنیم به عبارت دیگر ۴ تا $\frac{2}{9}$ یعنی $\frac{8}{9}$ پس $\frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = 4 \times \frac{2}{9} = \frac{8}{9}$

نتیجه : دانش آموزان نتیجه می گیرند که در ضرب عدد در کسر ، عدد در صورت ضرب می شود . مثلاً در ضرب دو عدد یاد گرفته است که ضرب تکرار جمع است.

مثال ۲ : به کمک رسم شکل مناسب حاصل ضرب را به دست آورید.

$$3 \times \frac{1}{8} =$$

$$5 \times \frac{1}{8} =$$



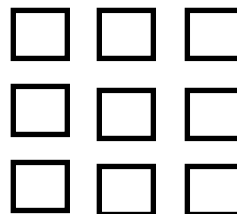
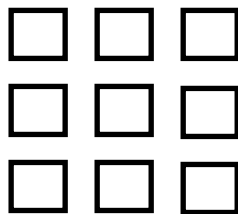
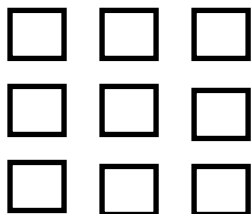
۳ قسمت از شکل را رنگ می کند
حاصل ضرب $\frac{3}{8}$ را می یابد (۳ رنگ مختلف)

۵ قسمت را با پنج رنگ مختلف رنگ
می کند و حاصل ضرب را $\frac{5}{8}$ می یابد.

مثال:

$$3 \times \frac{2}{9} =$$

$$4 \times \frac{2}{9} =$$



۳ تا $\frac{2}{9}$ از مربع های کوچک را با ۳ رنگ
متفاوت رنگ می کنیم و حاصل ضرب
یعنی $\frac{6}{9}$ را می یابیم.

چهار تا $\frac{2}{9}$ از مربع های کوچک را با
چهار رنگ متفاوت رنگ می کنیم و
یعنی $\frac{8}{9}$ را می یابیم

مثال ۳: به صفحه ۳۹ کتاب ریاضی سال چهارم مراجعه کرده و برای شکل های داده شده ضرب می نویسیم (یک تساوی ضرب می نویسیم)

توجه: از خاصیت جابجایی ضرب استفاده می کنیم و ضرب کسر در عدد هم تدریس می کنیم .

مثال ۴:

مثال ۵: $\frac{1}{3}$ عدد ۱۲ را بیابید .

حل: $\frac{1}{3} \times 12 = 12 \times \frac{1}{3} = \frac{12}{3} = 4$

مثال: به کمک ضرب به سوالات زیر جواب دهید.

الف) $\frac{2}{5}$ عدد ۱۰ را بیابید. $\frac{2}{5} \times 10 = \frac{20}{5} = 4$

ب) $\frac{2}{3}$ عدد ۱۲ را بیابید. $\frac{2}{3} \times 12 = \frac{24}{3} = 8$

ج) $\frac{4}{5}$ عدد ۲۰ را بیابید. $\frac{4}{5} \times 20 = \frac{80}{5} = 16$

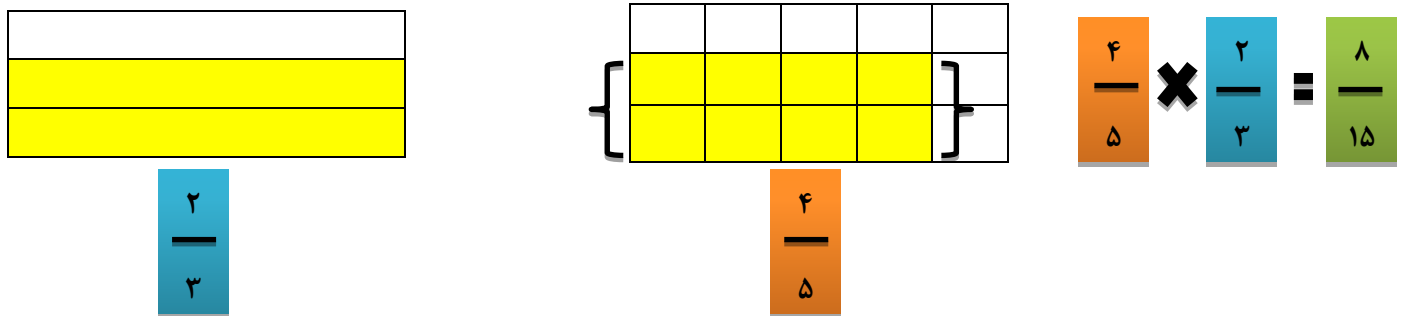
د) $\frac{1}{5}$ عدد ۱۵ را بیابید. $\frac{1}{5} \times 15 = \frac{15}{5} = 3$

نتیجه: در ضرب عدد در کسر و همچنین ضرب کسر در عدد، عدد در صورت کسر ضرب می شود.

توجه : در کتاب ریاضی سال پنجم برای ضرب عدد در کسر (صفحه ۳۲) در فعالیت یک مسئله طراحی می شود و با راهبرد رسم شکل با سه روش حل می شود . روش اول رسم شکل ، روش دوم رسم محور ، روش سوم تکرار جمع

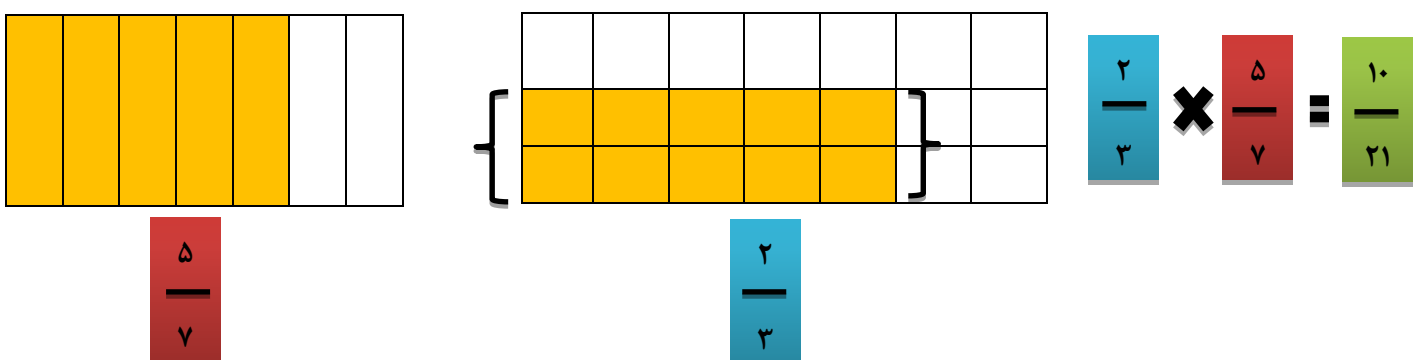
ب) ضرب کسر در کسر : برای تدریس ضرب کسر در کسر برای کسر دوم یک شکل مناسب که نمایش این کسر باشد رسم می شود و سپس از شکل معین شده به اندازه کسر اول جدا می کنیم (مثال های زیر).

مثال ۱ : برای ضرب $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$ (ریاضی پنجم صفحه ۳۴) کسر $\frac{2}{3}$ را نمایش می دهیم . (۲ قسمت از ۳ قسمت را رنگ می کنیم) سپس این شکل را به ۵ قسمت مساوی تقسیم می کنیم و از قسمت رنگ شده $\frac{4}{5}$ را انتخاب می کنیم (با رنگ دیگر روی آن رنگ می زنیم)



توجه : وقتی شکل اول را به پنج قسمت تقسیم می کنیم قسمت رنگ شده به ۱۰ قسمت تقسیم می شود و از این ۱۰ قسمت هشت قسمت دوباره رنگ می شود (با رنگ دیگری) یعنی $\frac{4}{5}$ شکل رنگ شده را انتخاب کرده ایم . پس ۸ قسمت از ۱۵ قسمت دوباره رنگ خورده است و $\frac{8}{15}$ جواب است .

مثال ۲ : برای ضرب $\frac{5}{7} \times \frac{2}{3}$ کسر $\frac{5}{7}$ را نمایش می دهیم .



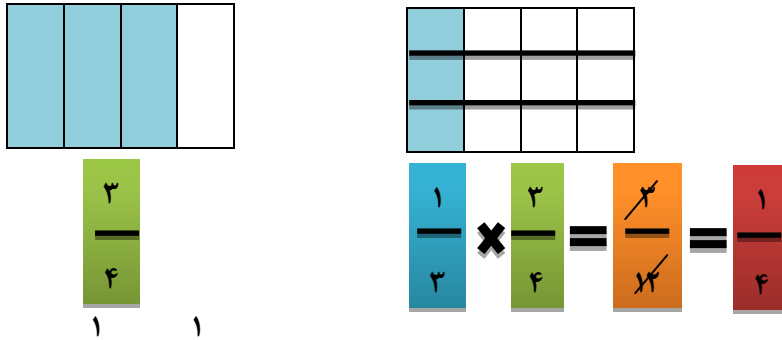
$\frac{2}{3}$ شکل رنگی را انتخاب می کنیم که ۱۰ قسمت از ۲۱ قسمت می شود.

نتیجه : در ضرب دو کسر، صورت ها را در هم ضرب می کنیم و مخرج ها هم در هم ضرب می کنیم.

ساده کردن در ضرب کسر ها : برای یادگیری ساده کردن در ضرب کسر ها در مرحله اول ساده کردن ضرب دو کسر که مخرج یکی با صورت دیگری مساوی است تدریس می کنیم.

مثال ۱: ساده کردن ضرب $\frac{1}{3} \times \frac{3}{4}$ و ضرب $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$ (ریاضی پنجم صفحه ۴۱)

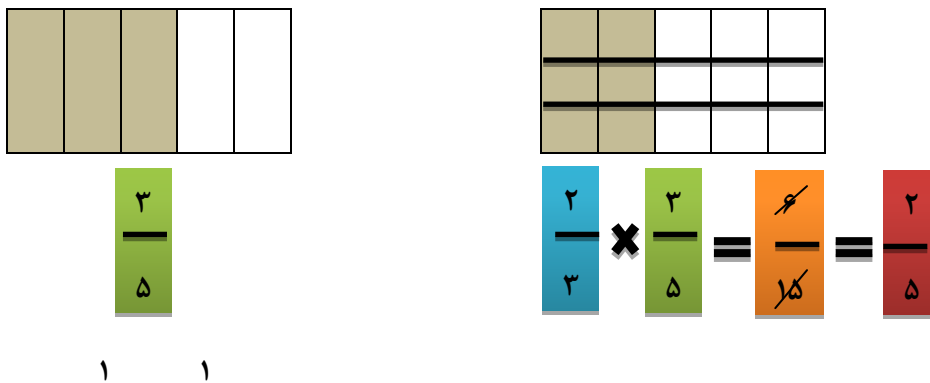
روش اول: رسم شکل $\frac{1}{3} \times \frac{3}{4}$



روش سوم: $\frac{1}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{3}}{4} = \frac{1 \times \cancel{3}}{\cancel{3} \times 4} = \frac{1}{4}$

روش دوم: $\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

روش اول: رسم شکل $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$



روش سوم: $\frac{2}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{3}}{5} = \frac{2 \times \cancel{3}}{\cancel{3} \times 5} = \frac{2}{5}$

روش دوم: $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

نتیجه: طبق روش سوم: در هنگام ضرب دو کسر، اگر صورت کسر اول با مخرج کسر دیگر برابر باشند می توان آن ها را با هم ساده کرد و جواب را آسان تر یافت.

در مرحله دوم به ساده کردن ضرب دیگر کسر ها می پردازیم.



۲

مثال ۲:

$$\frac{3}{5} \times \frac{10}{7} = \frac{30}{35} = \frac{6}{7} \quad \text{یا} \quad \cancel{\frac{3}{8}} \times \frac{10}{7} = \frac{6}{7}$$

$\div 5$
۱

مثال: نتیجه: برای به دست آوردن حاصل ضرب کسرها بهتر است که از همان ابتدا کسرها را ساده کنیم سپس ضرب کسرها را انجام دهیم.

$$\cancel{\frac{3}{4}} \times \frac{18}{5} = \frac{27}{10}$$

۲

و

$$\cancel{\frac{9}{4}} \times \frac{2}{\cancel{18}} = \frac{1}{4}$$

۲ ۲

تقسیم کسرها: برای تدریس کسرها در مرحله اول تبدیل تقسیم به کسر را آموزش می دهیم . (ریاضی پنجم صفحه ۳۶)

مثال ۱: می خواهیم ۴ عدد نان را بین سه نفر تقسیم کنیم . به هر نفر چه مقدار نان می رسد؟

حل : روش اول چهار دایره (قرص نان) را در نظر می گیریم و از دانش آموزان می خواهیم که هر دایره را به سه قسمت مساوی تقسیم کنند و با تقسیم نان اول به هر نفر $\frac{1}{3}$ نان می رسد چون ۴ عدد نان داریم به هر نفر

$$4 \div \frac{1}{3} = 4 \times \frac{3}{1} = 12$$



$$\frac{1}{3}$$



$$\frac{1}{3}$$



$$\frac{1}{3}$$



$$\frac{1}{3}$$

$$4 \div \frac{1}{3} = 4 \times \frac{3}{1} = 12$$

پس به هر نفر یک نان کامل و $\frac{2}{3}$ نان می رسد.

روش دوم: چون ۴ تا نان داریم و می خواهیم بین ۳ نفر تقسیم کنیم به هر نفر یک نان کامل می دهیم و یک نان باقی مانده که آن هم به سه قسمت مساوی تقسیم می کنیم و به هر نفر یک قسمت از ۳ قسمت را می دهیم سپس به هر نفر $1\frac{1}{3}$ نان می رسد . (تبدیل عدد مخلوط به کسر بزرگ تر از واحد)

صفحه ۳۶ کتاب ریاضی پنجم ابتدایی را توسط دانش آموزان کامل می کنیم .

مرحله دوم: تقسیم یک کسر را بر یک عدد تدریس می کنیم (صفحه ۳۷ کتاب ریاضی پنجم ابتدایی)

مثال ۲: $\frac{1}{4}$ متر از یک پارچه را به ۳ قسمت مساوی برش می زنیم . هر قسمت چند متر می شود؟

$$\frac{1}{4} \div 3 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$

حل: باید حاصل $\frac{1}{4} \div 3$ را پیدا کنیم یعنی باید $\frac{1}{3}$ عدد $\frac{1}{4}$ را بیابیم.

پس باید $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{3}$ را در هم ضرب کنیم.



از روی شکل به $\frac{1}{12}$ متر می رسمیم.

نتیجه: اگر به این دو مرحله از تقسیم نگاه کنیم به این نتیجه می رسمیم که در تقسیم کافی است عدد اول را بنویسیم و تقسیم را به ضرب تبدیل کنیم و عدد دوم را هم وارونه کنیم.

مثال ۳:

الف

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \\ 7 \div 4 = 7 \times \frac{1}{4} = 1 \frac{3}{4} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \quad 7 \quad 1 \quad 7 \\ \frac{7}{5} \div 2 = \frac{7}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{10} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 2 \quad 1 \quad 2 \times 1 \quad 1 \\ 3 \div 6 = 3 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad 3 \quad 1 \quad 3 \\ 8 \div 4 = 8 \times \frac{1}{4} = 2 \end{array}$$

مرحله سوم: تقسیم عدد بر یک کسر (صفحه ۳۸ کتاب ریاضی پنجم)

مثال ۴: علی می خواهد ۵ ساندویچ را بین دوستانش تقسیم کند. اگر برای هر نفر $\frac{1}{2}$ ساندویچ کافی باشد، این پنج ساندویچ به چند نفر از دوستان علی می رسد؟

حل: همه ساندویچ ها را نصف می کنیم و می بینیم که ۱۰ تا $\frac{1}{2}$ (نصف) ساندویچ داریم. یعنی ۵ ساندویچ به ۱۰ نفر می رسد. به عبارت دیگر داریم $10 = 5 \times 2$ را حساب می کنیم. یعنی همان نتیجه بالا.

مثال ۵:

الف) $5 \div \frac{1}{2} = 5 \times \frac{2}{1} = 10$

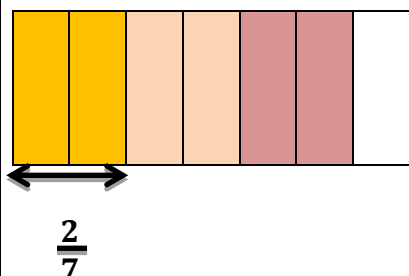
ب) $5 \div \frac{1}{4} = 5 \times 4 = 20$

ج) $7 \div \frac{1}{7} = 7 \times 7 = 49$

$$۵) ۹ \div \frac{1}{6} = ۹ \times ۶ = ۵۴$$

مرحله چهارم: تقسیم دو کسر با مخرج مساوی: (ریاضی ششم ابتدایی صفحه ۱۷).

مثال ۶: برای تقسیم $\frac{6}{7} \div \frac{2}{7}$ به کمک رسم شکل به صورت زیر عمل می کنیم.



$$\frac{6}{7} \times \frac{2}{7} = ۳ \longrightarrow \text{Cloud shape containing } ۶ \div ۲ = ۳$$

به جای رنگ های متفاوت از یک رنگ استفاده کرد و ۶ قسمت رنگ آمیزی شده را به ۳ تا $\frac{2}{7}$ تقسیم می کنیم. یعنی $\frac{2}{7}$ و $\frac{2}{7}$ و $\frac{2}{7}$ جدا کنیم و برای این که دانش آموز به یک قانون (نتیجه بالا) برسد می نویسیم:

$$\frac{6}{7} \div \frac{2}{7} = \frac{6}{7} \times \frac{7}{2} = \frac{6}{2} = ۳$$

مرحله پنجم: تقسیم دو کسر دلخواه : برای تقسیم دو کسر با مخرج غیر متساوی ابتدا آن ها را هم مخرج می کنیم .

مثال ۷: تقسیم $\frac{4}{3} \div \frac{5}{7}$

$$\frac{4}{3} \div \frac{5}{7} = \frac{4 \times 7}{3 \times 5} \div \frac{5 \times 3}{7 \times 3} = \frac{4 \times 7}{5 \times 3} = \frac{4}{3} \times \frac{7}{5} = \frac{28}{15}$$

مثال: تقسیم $\frac{2}{9} \div \frac{3}{4}$

$$\frac{2}{9} \div \frac{3}{4} = \frac{2 \times 4}{9 \times 3} \div \frac{3 \times 9}{4 \times 9} = \frac{4 \times 2}{3 \times 9} = \frac{2}{9} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{27}$$

نتیجه نهایی: تقسیم را می توان به ضرب تبدیل کرد به شرطی که کسر دوم را به صورت وارونه بنویسیم.

مثال ۸:

الف) $\frac{6}{35} \div \frac{4}{7} = \frac{6}{35} \times \frac{7}{4} = \frac{3}{10}$

ب) $\frac{4}{7} \div \frac{3}{5} = \frac{4}{7} \times \frac{5}{3} = \frac{20}{21}$

ضرب عدد های مخلوط: برای تدریس ضرب عدد های مخلوط در روش اول از رسم شکل کمک می گیریم بدین صورت که فرض می کنیم عدد اول مخلوط طول و عدد دوم مخلوط در ضرب را عرض یک مستطیل در نظر می گیریم . در این صورت مساحت مستطیل جواب حاصل ضرب دو عدد مخلوط می باشد و برای محاسبه مساحت مستطیل از راه رسم شکل از قانون توزیع پذیری زیر استفاده می کنیم.

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

مثال ۱: حاصل ضرب $۲\frac{1}{2} \times ۳\frac{1}{4}$ را بیابید؟

حل: یک مستطیل در نظر می گیریم که طول آن $۳\frac{1}{4}$ و عرض آن $۲\frac{1}{2}$ باشد. سپس مستطیل را به چندین مربع و چندین مستطیل به صورت زیر تقسیم می کنیم.

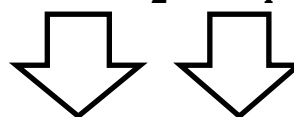


۱	۱	۱	$\times \frac{1}{4}$
۱			\times
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	

مساحت مستطیل کوچک به اندازه $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{4}$



$$\text{مساحت مستطیل} = ۳\frac{1}{4} \times ۲\frac{1}{2} = \left(۳ + \frac{1}{4} \right) \times \left(۲ + \frac{1}{2} \right) = ۶ + ۳ \times \frac{1}{2} + ۲ \times \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{8} = \frac{65}{8} = ۸\frac{1}{8}$$



مساحت مستطیل مساحت مستطیل های

که علامت \times دارد. هاشور خورده

روش دوم: تبدیل عدد های مخلوط به کسر و سپس ضرب دو کسر

$$۲\frac{1}{2} \times ۳\frac{1}{4} = \frac{5}{2} \times \frac{13}{4} = \frac{65}{8} = ۸\frac{1}{8}$$

مثال ۲: حاصل ضرب $۲\frac{3}{4} \times ۳\frac{1}{3}$ را بیابید.

روش اول: رسم شکل

			$۳\frac{1}{3}$
۱	۱	۱	$\times \frac{1}{3}$
۱			\times

3			
4			

$$\text{مساحت مستطیل} = ۲\frac{3}{4} \times ۳\frac{1}{3} = \left(۲ + \frac{3}{4} \right) \times \left(۳ + \frac{1}{3} \right) = ۶ + ۲ \times \frac{1}{3} + ۳ \times \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = ۶ + \frac{2}{3} + \frac{9}{4} + \frac{3}{12} = \frac{110}{12} = ۹\frac{2}{12}$$

$${}_3\frac{1}{3} \times {}_4\frac{3}{4} = \frac{10}{3} \times \frac{11}{4} = \frac{110}{12} = {}_9\frac{2}{12}$$

تقسیم دو عدد مخلوط بر هم: برای تقسیم دو عدد مخلوط همانند تقسیم دو کسر عمل می کنیم ، یعنی دو عدد مخلوط به کسر های بزرگتر از واحد تبدیل می کنیم سپس تقسیم را به ضرب تبدیل می کنیم.

گفت و گو می کنیم . و با انجام کار در کلاس صفحه ۱۰۵ کتاب ریاضی چهارم ابتدای توسط دانش آموزان ، باعث می شود که دانش آموزان عدد های کسری که مخرج آن ها عدد ۱۰ است را به صورت عدد اعشاری نمایش دهند.

در کلاس پنجم دانش آموزان با کسر هایی که مخرج آن ها ۱۰۰۰، ۱۰۰، ... آشنا می شوند و آن ها را به صورت عدد اعشاری نمایش می دهند . مانند: $\frac{476}{1000} = ۰/۴۷۶$ ، $\frac{125}{1000} = ۰/۱۲۵$ ، $\frac{2}{100} = ۰/۰۲$ خواندن این اعداد و نوشتن عدد های اعشاری به حروف مهم است و باید در کلاس درس کار شود .

مثال ۱: عدد های اعشاری ۰/۳ ، $\frac{۱۲}{۵}$ ، $\frac{۱۴}{۱}$ ، $\frac{۱۲}{۲}$ را بتواند بخواند و با حروف بنویسد.

سه دهم = ۰/۳ دوازده و پنج دهم = $\frac{۱۲}{۵}$ چهارده و یک دهم = $\frac{۱۴}{۱}$ دوازده و دو دهم = $\frac{۱۲}{۲}$

مثال ۲: هر یک از اعداد اعشاری زیر را با رقم بنویسید.

دویست و پنج و پنج دهم سه و هشت دهم بیست و هفت و هفت دهم.

حل: $\frac{۲۰۵}{۵}$ $\frac{۳}{۸}$ $\frac{۲۷}{۷}$

تبصره: ممکن است که این سوال در ذهن دانش آموزان بوجود بیاید که آیا می توان همه ی کسر ها را به صورت اعشاری نوشت . در آینده دانش امزان با عمل تقسیم به پاسخ این سوال پی می برند .

مثال ۳: برای نمایش اعداد اعشاری برای کسر $\frac{2}{5}$ از دانش آموزان می خواهیم که چند کسر مساوی $\frac{2}{5}$ بنویسند . $\frac{6}{15} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

با نوشتن $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$ می توان بنویسیم . $\frac{2}{5} = ۰/۴$ پس $۰/۴$ نمایش عدد کسری $\frac{2}{5}$ است.

مثال ۴: عدد مخلوط $۱\frac{1}{2}$ و $۲\frac{4}{5}$ را به صورت عدد اعشاری بنویسید.

حل:

$$\frac{5}{10} = \frac{1}{2} = ۰/۵ \quad \longrightarrow \quad ۱\frac{1}{2} = ۱/۵$$

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{10} = ۰/۸ \quad \longrightarrow \quad 2\frac{4}{5} = ۲/۸$$

مثال ۵: در کلاس پنجم ابتدایی عدد های کسری $\frac{6}{100}$ ، $\frac{304}{100}$ و $\frac{1}{100}$ را به صورت عدد اعشاری بنویسید .

حل:

$$\frac{6}{100} = ۵/۰۶ \quad \frac{304}{100} = ۳/۰۴ \quad \frac{1}{100} = ۰/۰۱$$

توجه: برای کسر واحد هم می توان عدد اعشاری معرفی کرد.

مثال ۶:

$$۰ = ۰/۰ \quad ۴ = ۴/۰ \quad ۲ = ۲/۰$$

جمع و تفریق اعداد اعشاری

جمع اعداد اعشاری : برای تدریس جمع اعداد اعشاری در مرحله اول جمع دو عدد اعشاری که دارای یک رقم اعشاری می باشند تدریس می گردد (کتاب چهارم ابتدایی)

الف) جمع دو عدد اعشاری که دارای یک رقم اعشاری هستند. برای زمینه سازی اول باید گسترده یک عدد اعشاری را آموزش داد.

مثال ۱: همان طور که $2\frac{1}{10} = 2 + \frac{1}{10}$ پس می توان $2 + \frac{1}{10} = 2\frac{1}{10}$ و $2 + \frac{1}{10}$ را گسترده اعداد اعشاری $\frac{2}{1}$ می نامیم.

مثال ۲ :

$$12/125 = 12 + 0/1 + 0/2 + 0/5$$

$$12/125 = 12 + \frac{1}{10} + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000} = 12 + \frac{100}{1000} + \frac{20}{1000} + \frac{5}{1000}$$

حال برای تدریس دو عدد اعشاری به صورت زیر عمل می کنیم

مثال ۳ : تدریس $0/5 + 0/3$:

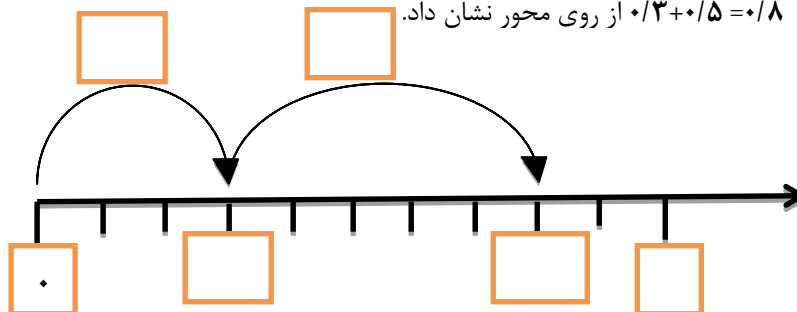
با کشیدن سه ظرف یک لیتری مندرج (ظرف هایی که به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شده است) و نمایش $0/3$ و $0/5$ (به ترتیب با رنگ کردن سه قسمت از یک ظرف و ۵ قسمت از ظرف دوم) از دانش آموزان می پرسیم اگر حاصل $0/3 + 0/5$ را بخواهیم حساب کنیم به کمک ظرف سوم چه کاری باید انجام دهیم . جواب ان توسط دانش آموزان داده می شود . روی ظرف سوم هشت قسمت باید رنگ آمیزی کنیم یعنی اگر $0/3$ و $0/5$ را آب در نظر بگیریم می خواهیم این دو ظرف را داخل ظرف سوم خالی کنیم هشت قسمت از ظرف سوم پر از آب می شود

یعنی : $0/3 + 0/5 = 0/8$

البته دانش آموزان می توانند درستی راه حل خود را با نوشتن حاصل جمع دو کسر امتحان کنند .

$$0/3 + 0/5 = \frac{3}{10} + \frac{5}{10} = \frac{8}{10}$$

توجه : می توان برای آموزش جمع $0/3 + 0/5 = 0/8$ از روی محور نشان داد.



تبصره: با یاد آوری جمع دو عدد یک رقمی هم می توان زمینه را برای جمع دو اعداد اعشاری را به آماده کرد.

مثال ۴:

$$3 + 5 = 8 \quad \longrightarrow \quad \text{۳ تاده تایی} + \text{۵ تاده تایی} = \text{۸ تا ۱۰ تایی} \quad \longrightarrow \quad 30 + 50 = 80$$

$$300 + 500 = 800 \quad \longrightarrow \quad \text{۳ تا صد تایی} + \text{۵ تا صد تایی} = \text{۸ تا صد تایی}$$

مثال ۵:

دو دانش آموز حاصل جمع $\frac{2}{5} + \frac{3}{10}$ را به صورت زیر به دست آورده اند. راه حل های آن ها را توضیح دهید. (کتاب چهارم ابتدایی ۱۰۹)

نفر اول :

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{10} = \frac{4}{10} + \frac{3}{10} =$$

نفر دوم :

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{10} = 0/4 - 0/3$$

برای جمع دو عدد اعشاری که دارای یک رقم اعشاری هستند لازم است که ارزش های مکانی اعداد اعشاری را معرفی کنیم ، ارزش مکانی عددهای اعشاری (ریاضی چهارم ابتدایی صفحات ۱۱۳ و ۱۱۲)

انجام فعالیت زیر دانش آموزان را برای یادگیری ارزش های مکانی عدد اعشاری آماده می کند.

۵ سانتی متر و ۰/۵ سانتی متر می شود ۵/۵ سانتی متر . ۵/۵ سانتی متر

یعنی : ۵۵ تا ۱/۱ سانتی متر ۲ لیتر و ۰/۷ لیتر می شود ۲/۷ لیتر . ۲/۷ لیتر یعنی ۲۷ تا ۱/۱ لیتر .

۱۰ تا ۰/۱ سانتی متر می شود یک سانتی متر و ۱۰ تا ۰/۱ لیتر می شود یک لیتر

جدول ارزش مکانی اعداد اعشاری : چون هر عدد اعشاری از دو قسمت تشکیل شده است قسمت اعشاری و قسمت غیر اعشاری (قسمت طبیعی یا قسمت درست عدد)

مثال ۶ : عدد اعشاری $\frac{3}{7}$ یعنی قسمت درست = ۳ و قسمت اعشاری = ۷ همان ۰/۷ سپس این عدد اعشاری را در جدول زیر قرار دهید.

یکی	دهم
	۷

۳/۷